Студенческая Библиотека. Книга № 2

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

КИНЕМАТИКА

С ПРИЛОЖЕНИЕМ ФОРМУЛ и ПОДРОБНЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ

Составлено из задач дававшихся на упражнениях в 1922-23 и 1923-24 году в Московском Высшем Техническом Училище, в Московском Институте Инженеров Путей Сообщений, в Механико-Электротехническом Институте им. Ломоносова, в Институте Народного Хозяйства им. К. Маркса, в I-м Московском Государственном Университете и других ВУЗ'ов г. Москвы

2-ое ИЗДАНИЕ
ПЕРЕРАБОТАННОЕ и ДОПОЛНЕННОЕ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ И. Н. ВЕСЕЛОВСКОГО
Преподавателя Московского Высшего Технического Училища

Разрешено Государственным Ученым советом

Московское Академическое Издательство
„МАКИЗ"
МОСКВА. 1924 г. ПЕТРОГРАД.

СТУДЕНЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА. КНИГА № 2

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

КИНЕМАТИКА

С ПРИЛОЖЕНИЕМ ФОРМУЛ и ПОДРОБНЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ

Составлено из задач дававшихся на упражнениях в 1922-23 и 1923-24 году в Московском Высшем Техническом Училище, в Московском Институте Инженеров Путей Сообщений, в Механико-Электротехническом Институте им: Ломоносова, в Институте Народного Хозяйства им. К. Маркса, в I-м Московском Государственном Университете и других ВУЗ'ов г. Москвы

2-ое ИЗДАНИЕ
ПЕРЕРАБОТАННОЕ и ДОПОЛНЕННОЕ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ И. Н. ВЕСЕЛОВСКОГО
Преподавателя Московского Высшего Технического Училища

Разрешено Государственным Ученым советом

Московское Академическое Издательство
„МАКИЗ"
МОСКВА. 1924 г. ПЕТРОГРАД.

Тираж 1000 эк.

Главлит № 18166

Лит. М.М Инст. Гороховский пер. д.4.

ПРЕДИСЛОВИЕ.

Цели настоящего задачника вполне аналогичны целям уже вышедшего сборника задач по статике - дать студентам материал для самостоятельного изучения и решения задач на дому без помощи преподавателя.

Что касается расположения материала, то он несколько своеобразен, что однако вполне об"ясняется современной постановкой преподавания математики в технических училищах. Кинематика обычно проходится на втором семестре параллельно с курсом дифференциального исчисления, так что приступая к изучение ее студенты не обладает достаточным навыком в дифференцировании Поэтому предлагаемый курс естественно распадается на два концентра: отделы I-V, требующие самых элементарных познаний в дифференцировании, и отделы VI-VIII, содержащие более сложные задачи, при решении которых необходимо уметь хорошо дифференцировать. Во избежание простого повторения оба эти концентра специализованы таким образом, что в первом внимание главным образом обращается на определение траэкторий движущихся точек элементарных перемещений тела, комбинаций их и на геометрическое учение о сложении движений и скороетей, во - втором же разбирается главным образом учение об ускорении. В этом отношении я следовал курсам механики Сомова и Rèsal'я, где принимается именно этот более естественный порядок изложения кинематики, чем общепринятый (напр. изложение теоремы Кориолиса требует предварительного знакомства с перемещениями твердого тела),

Это позволило, между прочим, вернуть в кинематику отдели, (теорема Кориолиса, нормальное ускорение), которые обычно относились к аналитической механика. (по терминологии Высш. Техн. Училища). Зато я не видел необходимости в столь строгом разграничении абсолютного к относительного движения, как напр. это проводится даже в таких хороших задачниках, как Мещерского и Виттенбауэра

В первом отделе задачника рассматриваются простейшие виды движения и попутно разбираются важнейшие технические кривые (различные циклоиды, спирали, эвольвенты).

Второй отдел посвящен знакомству с элементарными перемещениями твердого тела- поступательным, вращательным и винтовым.

Третий отдел содержит задачи на плоское движение фигуры, причем я опять не отделял задач на сложное движение от общих задач на определение центров вращения, полоид и т.д. Задачи 59-64 носят более специальный характер и предназначены для наиболее выдающихся студентов

Четвертый и пятый отделы посвящены теоремам д'Аламбера и Шаля.

В шестом отделе собраны задачи на ускорение движения точки.

Седьмой отдел посвящен теореме Кориолиса В виду того, что отчетливое ее понимание, как показал мой опыт, отсутствует по крайней мере у 99% студентов, я разобрал подробно ее физический смысл в задачах 115, 116 и 120, дающих в сущности элементарное геометрическое ее доказательство. Необходимым введением к этим задачам служит задача 114.

Восьмой отдел содержит ряд простых задач на определение поворотного круга и центра ускорения. В виду того, что этот отдел обычно тоже очень трудно усваивается студентами, я снабдил его необходимым введением (для остальных отделов такие введения я не считал целесообразными все необходимые сведения могут быть взяты у любого курса механики.) Общий континент задач составился из ревавaихоя на упражнениях в Высшем Техническом Училище, Институте Путей Сообщения, Институте Гражданских Инженеров, Ломоносовском Училище, и др Кроме этого, я использовал задачи Н.Е.Жуковского, затем сборники Мещерского, Виттенбауэра, курс механики Вуасов и др.

И. Веселовский.

---оОо---

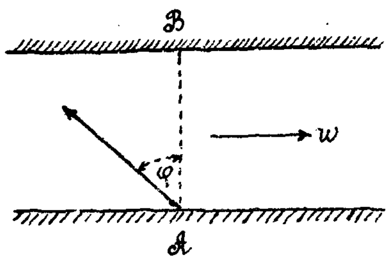
I. ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ.

1. Поезд отходит со станции $\mathcal{A}$ в 3 часа и приходит на станцию $\mathcal{B}$ в 5 час. 30 мин. Поезд 2 отходит со станции $\mathcal{A}$ в 4 часа 30 мин. и приходит на станцию $\mathcal{B}$ в 7 часов. Расстояние между $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ равно 75 верст. Определить место и время встречи поездов.

2. Пароход по течению проходит расстояние в 72 версты в 4 часа, а обратно в 9 часов. Определить во сколько времени доска, брошенная в реку, проходит то же расстояние, а также найти скорость парохода относительно воды.

3. Сколько времени пассажир, едущий в поезде со скоростью 40 км. в час будет видеть проходящий встречный поезд, длина которого равна 150 мт., а скорость 35 км. в час ?

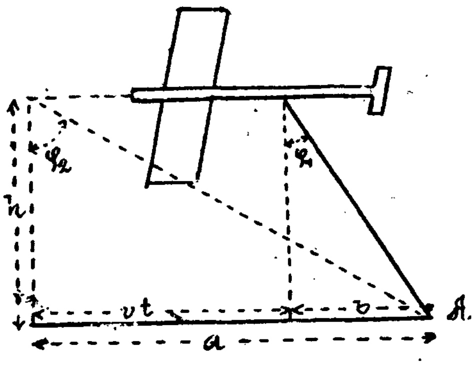
4.



Скорость течения реки w. Скорость лодки относительно воды u. Под каким углом ее надо переплывать реку, чтобы выйдя из $\mathcal{A}$ причалить к точке $\mathcal{B}$.

5. Отвесно падающий дождь оставляет на боковых стеклах автомобиля полосы под углом 40° к вертикали; скорость автомобиля 72 км. в час Найти абсолютную скорость падения дождевых капель.

6. Аэроплан летит с постоянной горизонтальной скоростью v. С него в трубу наблюдают неподвижный предмет $\mathcal{A}$. В некоторый момент времени угол между пропеллерной трубой и вертикалью равен φ_1



Через t сек. тот же угол становится равным φ_2. Определить по этим данным высоту h полета аэроплана.

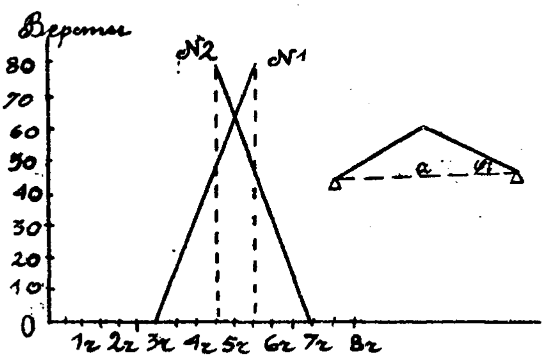
7. Корабль при спуске прошел первый фут в 10 сак. Найти во сколько времени он провел путь 400 ф. двигаясь равноускоренно.

8. Копровая баба, ударивши свае, движется затем вместе с нею в течении 0.02 сек. до остановки, причем свая углубляется в землю на 6 см. Определить начальную скорость движения сваи, считая его равнозамедленным.

9. Водяные капли вытекают из отверстия вертикальной трубочки через 0.1 сек. одна после другой. Определить расстояние между двумя каплями через 1 секунду после момента истечения первой капли. ($g = 980$ $\frac{см}{сек^2}$).

10. Камень падает на дно колодца. По прошествии 4 сек. олышен удар о воду. Какова глубина колодца? Скорость звука $=$ 330 метр. в сек.

11.



Под каким углом φ должна быть наклонена кровля, перекрывающая пролет длины $2a$ для того, чтобы дождевая вода скатывалась бы с нее в наименьшее время. (Скорость у конька принимается равной нулю).

12. Закон движения $s = 5t + 6t^2$. Найти среднюю скорость между началом 10-й сек. и концом 12-ой, а также истинную скорость для этих моментов.

13. Найти траекторию и скорость движения точки, если $x = \frac{1}{6}t^2$, $y = \frac{1}{4}t^2$.

14. Железнодорожный поезд движется равномерно со скоростью 30 км в час; сигнальный фонарь, привешенный к последнему вагону срывается с кронштейна. Определить траекторию абсолютного пути фонаря и длину пути 3, который будет пройден поездом за время падения фонаря, если фонарь находится на высоте 4,905 м. от земли.

15. Движение точки выражается ур-нниями:

$$x = v_0 t \cos\alpha$$

$$y = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2$$

(ось x-сов горизонтальна, ось y-ков направлена по вертикали вверх). Определить при данной величине v_0 угол α так, чтобы точка при своем движении прошла через данную неподвижную точку (a, b) и исследовать решение.

16. Под каким углом должна быть поставлена пушка, для того, чтобы снаряд упал бы возможно дальше?

17. Точка движется равномерно со скоростью по окружности круга радиуса, a, и в начальный момент выходит из конца горизонтального диаметра. Определить движение (путь и скорооть) проэкции этой точки на горизонтальный диаметр. (Гармонич. колебание).

18. Найти проэкцию v_s скорости конца минутной стрелки карманных часов на секундную стрелку, предполагая, что длина минутной стрелки равна 2 сек. За начальный момент принимаем 12 часов.

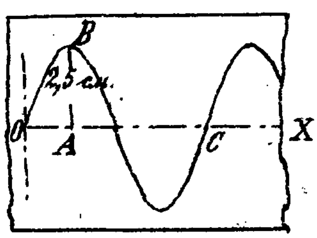
19. Точка совершает гармоническое колебание по некоторой прямой выражающейся формулой $x_1 = a\sin(\omega t + \alpha)$ сама прямая также колеблется гармонически по направлению своей длины с тем же периодом: $x_2 = b\sin(\omega t + b)$; Доказать, что в результате получится гармоническое колебание того же периода и определить его амплитуду.

20. Точка совершает горизонтально гармоническое колебание по некоторой прямой, выражаемое ур-ием $x = 10\cos 2\pi \frac{t}{5}$. В тот момент, когда точка находится в прежнем своем положении прямая сама начинает совершать горизонтальное колебание в верти-

кальной плоскости, выражаемое ур-нием: $y = 10\sin 2\pi\frac{t}{5}$. Найти траэкторию точки, а также скорость в любой момент времени t.

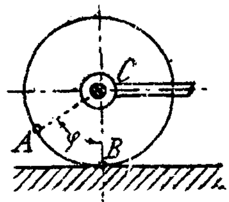
21. Найти траэкторию точки имеющей два гармонических колебания по взаимно перпендикулярным направлениям, выражающуюся ур-ниями; $x = a\cos(\alpha + \omega t)$, $y = b\sin(\beta + \omega t)$, где $a, b, \alpha, \beta, \omega$ суть величины постоянные.

22.



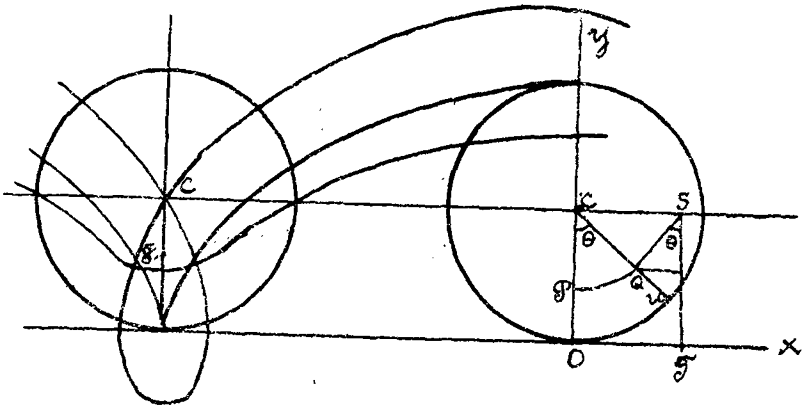
Лента прибора, служащего для колебательных б движении (ондографа) движется по направлению OX со скоростью 2 м. в сек. Колеблющееся тело вычерчивает на ней синусоиду, наибольшая ордината $AB = 2,5$ см., а длина $OC = 8$ см. Найтв ур-ние колебательного движения записанного ондографом, предполагая, что точка синусоиды принятая за начало координат соответствует моменту $t = 0$.

23.

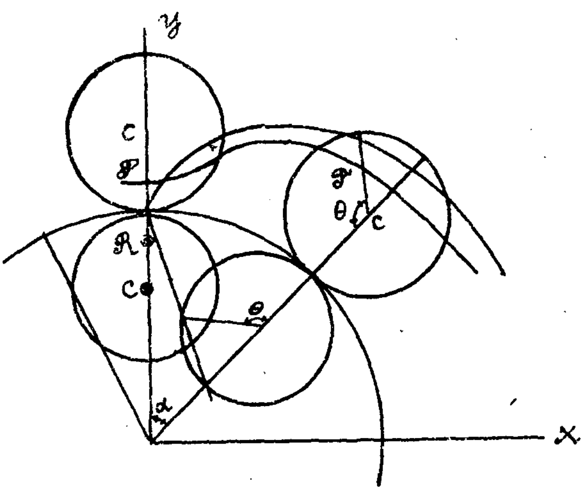


Колесо вагона движущееся со скоростью $v_c = 36$ км./ч. катится по рельсу без скольжения. Определить ур-ние траэктории точки A находящейся на ободе колеса проэкцию скорости этой точки на направление радиуса CA в зависимости от угла $ACB = \varphi$. составленного направлением CA с радиусом CB точки соприкасания колеса с рельсами (вагон идет вправо).

24. Расстояние от оси вагонного колеса до рельса = 70 ст.; радиус же колеса равняется 72 ст. Найти траэктории движения крайней точки вагонного колеса и 2 точки лежащей на расстоянии 50 ст. от оси колеса.



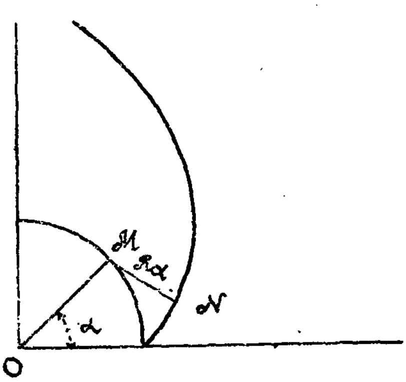
25.



Найти ур-ние траектории точки, лежащей на ободе колеса, катящейся по окружности вдвое большего диаметра (случаи внешнего и внутреннего касания)

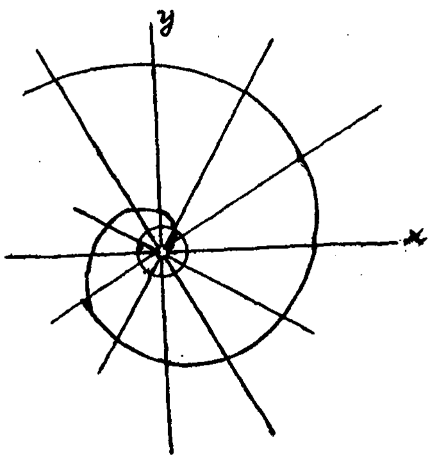
26. Найти траекторию точки M палочки AB длины $2l$, скользящей по сторонам прямого угла ($AM = a$).

27



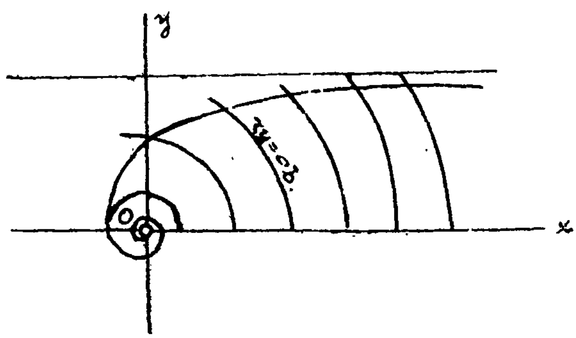
Найти траекторию конца нити навернутой на окружность $x^2+y^2=R^2$ при разматывании последней с окружности. В начальный момент точка лежит на оси x. (Эвольвента круга)

28. Найти траекторию и скорость абсолютного дви-



жения точки движущейся с постоянной скоростью 10см./сек.по прямой, делающей один оборот в минуту.В начальный момент точка находится в центре враaения.

29.

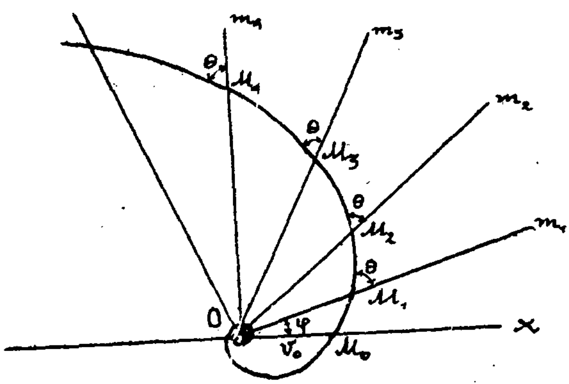


Даны ур-ния движения в полярных координатах

$r=at$, $\varphi=\frac{k}{t}$

Определить величину и направление скорости.

30.



Ур-ние движения в полярных координатах:

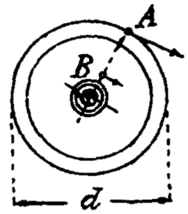
$r=ke^{kt}$, $\varphi=nt$.

Найти траэкторию и скорость.

II,ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА.

31.Определить угловую скорость со : 1 вала тихоходной паровой машины,делающей 30 оборотов в минуту.2° паровой турбины делающей 15000 оборотов в минуту,3° земли в ее суточном вращении.

32.



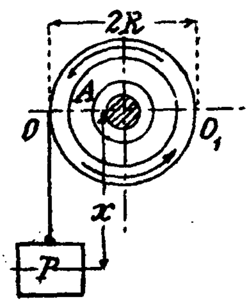
Точка A шкива движется со скоростью 50 см./сек., а точка B со скоростью 10 см./сек., расстояние AB равно 20 см. Определить угловую скорость и диаметр шкива d.

33. Два шкива A и B соединены безконечным ремнем; диаметры обоих шкивов равны соответственно 1 мт. и 1,5 мт. Шкив A делает 100 оборотов в минуту. Найти скорости точек ремня и угловые скорости обоих шкивов.

34. Вал начинает вращатьая равноускоренно из состояния покоя; в первые 5 сек. он совершает 12,5 оборотов. Какова его угловая скорость ω по истечении этих 5 сек.

35. Колесо сделав n оборотов остановилось через t сек после начала движения. Предполагая движение равномерно замедленным, определить начальную угловую скорость.

36.

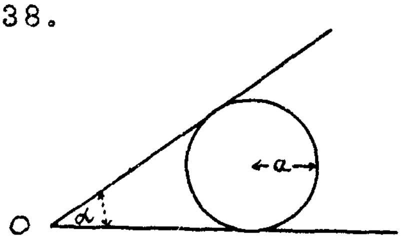


Вал A радиуса R = 10см. приводится во вращение гирей P, подвешенной к нему на нити. Движение гири выражается ур-нием $x = 100t^2$, где x - расстояние в см. гири от неподвижной горизонтали OO'. Определить угловую скорость ω и угловое ускорение вала.

37. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что угол его поворота φ выражается ур-нием $\varphi=$

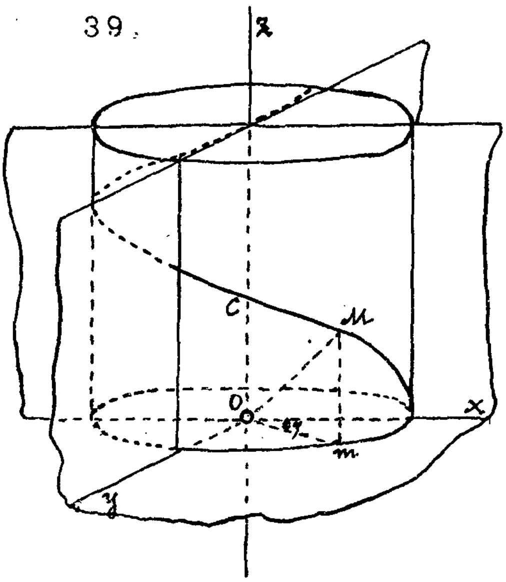
$=20^{\circ}\ \sin\left(10^{\circ}\ \frac{t\ sec}{5\ sec}\right)$. Определить угловую скорость ω тела в момент $t=0$; моменты t_1 и t_2 в которые изменяется направление вращения и период колебания $\mathcal{T}$

38.



Диск радиуса a лежит на горизонтальном столе, на диске лежит прямой стержень, могущий вращаться около точки O. Определить с какой угловой скоростью будет вращаться стержень, если мы будем передвигать диск вправо с постоянной скоростью v. В момент $t = 0$ стержень стоял вертикально.

39.



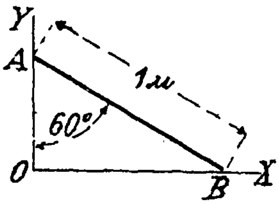
Найти траэкторию движения и скорость точки, лежащей на поверхности кривого цилиндра радиуса a вращающегося с постоянной угловой скоростью ω около оси в свою очередь перемещающейся по своему собственному направлению с постепенной скоростью C.

40. Ось винта, шаг нарезки которой равен 1 см. начинает вращаться равноускоренно и делает в 2 сек 4 оборота. Насколько подымется нижний конец винта через 5 сек. после начала движения.

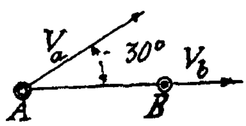
III. ПЛОСКОЕ ДВИЖЕНИЕ.

41. Стержень AB длины 1 мил. движется, опираясь все время концами на 2 взаимно перпендикулярные

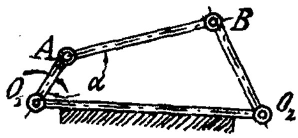
прямые ox и oy Найти координаты мгновенного центра в тот момент когда угол $O\mathcal{A}\mathcal{B} = 60°$.



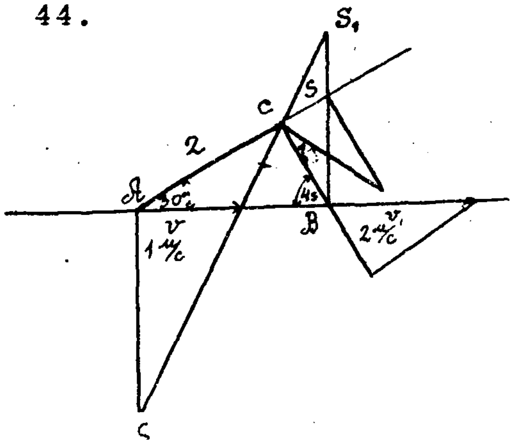
42. Прямая $\mathcal{AB}$ движется в плоскости чертежа таким образом что в некоторый момент скорость точки $\mathcal{A}$ равна 180 см./сек.и образует с $\mathcal{AB}$ угол в 30° ;направление движения точки $\mathcal{B}$ в данный момент совпадает с направлением прямой.Определить скорость точки $\mathcal{B}$



43. Стержни $O_1\mathcal{A}$ и $O_2\mathcal{B}$ соединенные со стержнем $\mathcal{AB}$ посредством шарниров $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ могут вращаться вокруг неподвижных точек O_1 и O_2 оставаясь в одной плоскости(шарнирный четырехугольник).Даны длина стержня $O_1\mathcal{A} = a$ и его угловая скорость ω. Определить построением ту точку $\mathcal{M}$ стержня $\mathcal{AB}$,скорость которой направлена вдоль этого стержня,а также найти величину скорости v точки $\mathcal{M}$ в тот момент когда угол $O_1\mathcal{AB}$ имеет данную величину

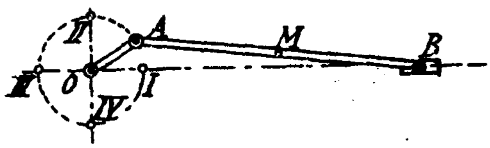


44. Два стержня $\mathcal{AC}$ и $\mathcal{BC}$ соединены между собой шарниром в точке C. Концы их $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ скользят по прямой со стержнями v и v_1. Найти скорость точки C а положение мгновенных

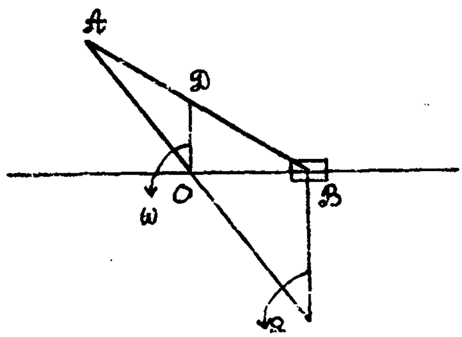


центров вращения стержней AC и BC .

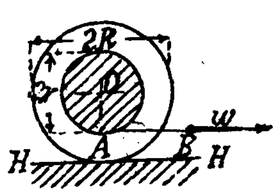
45, В кривошипном механизме длина кривошипа OA = 40см. и шатуна AB = 2м., кривошип вращается равномерно с угловой скоростью 180 оборотов в минуту. Найти угловую скорость шатуна и скорость средней его точки M при четырех положениях кривошипа, для которых угол AOB соответственно равен нулю, $\pi/2$, π и $3\pi/2$.



46. Кривошип OA враяается около точки O с постоянной угловой скоростью ω . При помощи шатуна AB он приводит в действие ползун B . Показать, что скорость ползуна равняется ω OD , где OD есть длина перпендикуляра восставленного к прямой OB до пересечения с AB



47. Катушка радиуса R катится по горизонтальной плоскости оез скольжения. На средней цилиндрической части катушки радиуса r намотана нить, которая сматывается при этом движении со скоростью ω по горизонтальному направлению. Определить скорость u перемещения катушки.

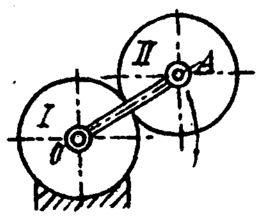


48. На платформе вагонетки, катящейся по рельсам с постоянной скоростью 3 м./сек. находится волчок делающий 30 оо./сек. Ось волчка вертикальна. Найти аксcиды абсолютного движения волчка.

49. Даны два сцепленных между собой зубцами цилиндрических колеса I и II радиусов r_1 и r_2 ; оси эти

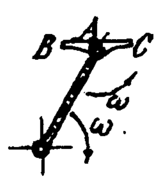
неподвижны. Найти отношение между угловыми скоростями этих колес ω_1 и ω_2, а также относительную угловую скорость ω_{2-1} колеса II по отношение к колесу I при внешнем и внутреннем зацеплениях.

50. На палец A кривошипа OA_1 вращающегося вокруг оси O свободно насажено зубчатое колесо II, при вращении кривошипа оно катится по неподвижному зубчатому колесу I такого же радиуса, имеющего центр на оси O. Сколько оборотов вокруг пальца A совершит подвижное колесо II в то время, как кривошип OA сделает один оборот вокруг оси O ?

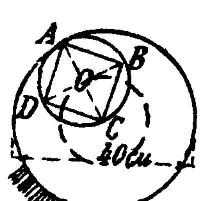


51. Кривошип OA вращается с угловой скоростью ω вокруг неподвижной оси O.

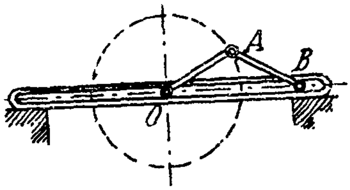
Педаль BC вращается вокруг точки кривошипа с той же угловой скоростью ω, но в обратную сторону. Определить абсолютное движение педали.



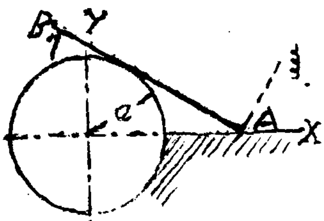
52. По окружности круга, радиус которого 20 см. катится без скольжения круг, радиус которого вдвое меньше Вычертать подвижную и неподвижную полоиды. Определить скорости вершин A, B и C квадрата вписанного в меньшую окружность в тот момент когда вершина находится на большей окружности, зная, что центр круга $ABCD$ движется равномерно и описывает окружность в 1 сек.



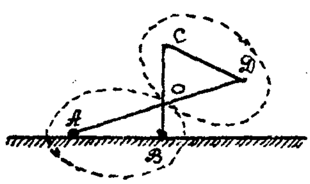
53. Найти подвижную и неподвижную полоиды шатуна AB длина которого равна длине кривошипа: $AB = OA = r$.



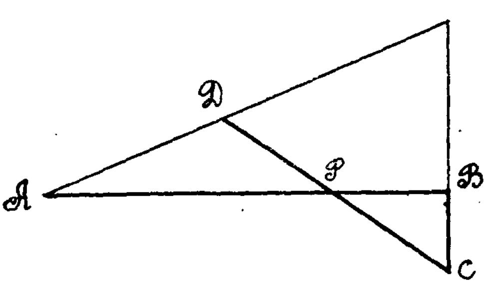
54. Найти ур-ния полоид стержня AB, который, опираясь на окружность радиуса A концом A скользит вдоль прямой OX проходящей через центр этой окружности.



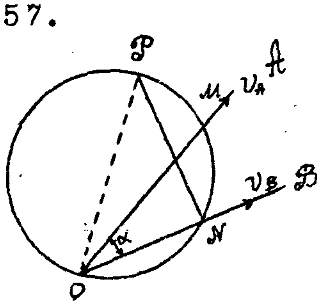
55. Найти полоиды стержня CD антипараллелограмма, поставленного на меньшее звено.



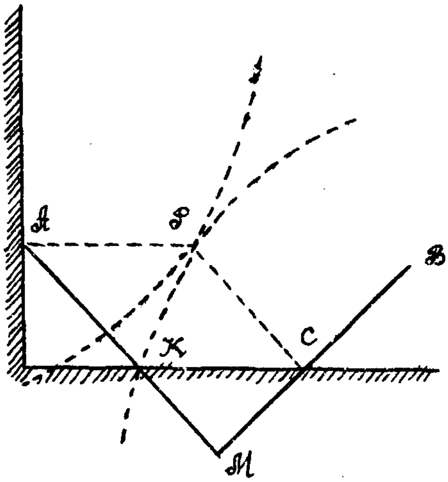
56. Решить ту же задачу для антипараллелограмма поставленного на большее звено.



57. Жесткий угол AOB может двигается в своей плоскости таким образом, что его стержни постепенно проходят через неподвижные точки M N. Найти подвижную и неподвижную полоиды.



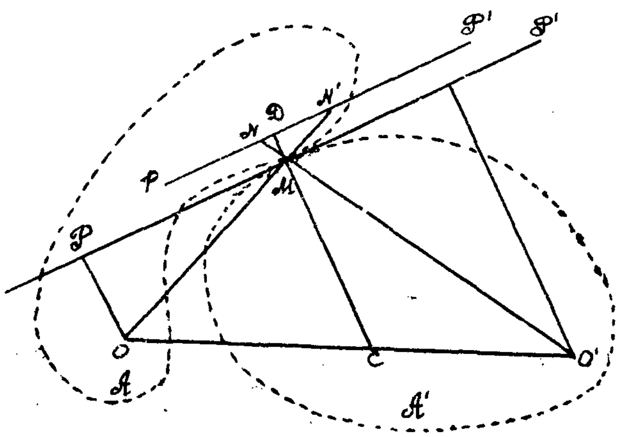
58.



Прямой угол AMB монет движется в своей плоскости так, что конец A скользит по оси y, а сторона MB постоянно проходит через точку C лежащую на оси x. Найти подвижную и неподвижную полоиды, если

$$OC = AM = a$$

59.



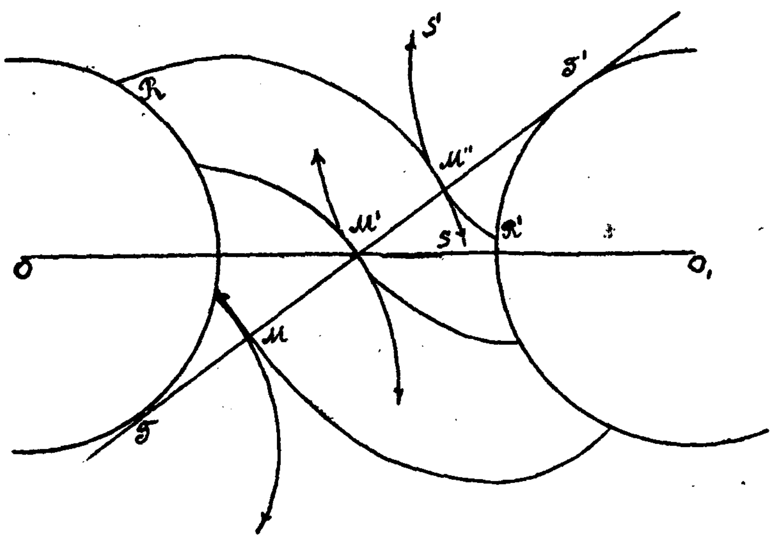
Две плоских фигуры могут вращаться соответственно около точек O и O_1 и все время касаются друг друга. Если угловая скорость одной фигуры ω_1, а другой ω_2, то общая нормаль в точке касания делит расстояние между центрами на части обратно пропорциональные угловым скоростям.

60. При условиях предыдущей задачи доказать, что скорость скольжения одной фигуры по другой равняется сумме угловых скоростей, помноженной на длину упомянутой общей нормали до пересечения с линией центров.

61. Для преобразования равномерного вращатеьного движения в равномерное поступательное пользуются иногда следующим приспособлением. На окружности радиуса OC нанесены большие зубцы KMS, внешнии

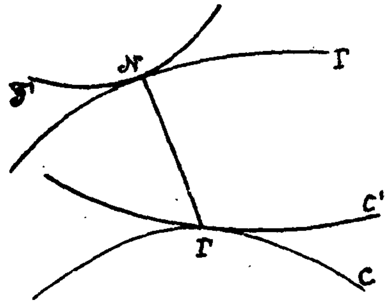
профиль которых выполнен по эвольвенту этого самого круга. Эти вубцы приподнимают палец $R'S'$ неподвижно соединенный со стержнем AA'. Точка касания M постоянно лежит напосредственно над точкой C.
Зная угловую скорость вращения круга, найти скорость поднятия стержня AA' (см. предыд. задачи).

62.



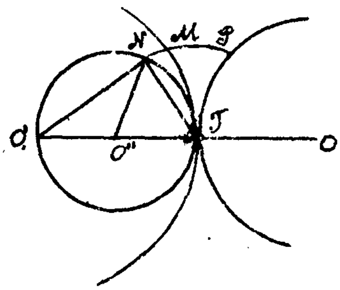
Для того чтобы передавать при помощи зубчатых колес вращение между двумя параллельными осями оо- прикасающимися сторонам зубцов дают форму эвольвенты окружностей, радиусы которых обратно пропорциональны жедаемым угловым скоростям Доказать, что при помощи такого приспособления действительно отношение угловых скоростей колес остается все время постоянным.

63.



Движение плоской фигуры задано двумя полоидами неподвижной C и подвижной C'. На движущейся фигуре начерчена кривая $Г'$ которая во время движения скользит по некоторой неподвижной кривой $Г$ наз. ее обертывающей. Доказать, что нормаль проведенная из мгновенного центра к кривой $Г'$ будет также нормалью и к ее обертывающей.

64. Опираясь на эту теорему доказать, что обертывающая радиуса OM круга при качении его по другой окружности будет эпоциклоидой описываемой точкой N пересечения указанного радиуса с некоторой окружностью O' вдвое меньшего радиуса нри качении последней по неподвижной окружности.



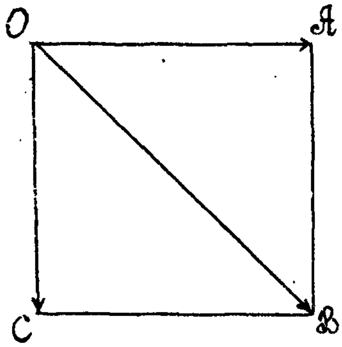
65. Если нужно передать на две параллельные оси вращение, причем отношение угловых скоростей α и α' выражается дробью с очень большим числителем и знаменателем, то две оси соединяются целым рядом пар зубчатых колос, как показано на рисунке. В таком случае разлагают числителя и знаменателя отношения на множители и представляют его в виде произведения ряда отношений, характеризующих отношения угловых скоростей отдельных пар (обратные отношения чисел зубцов обоих колес). Искомое отношение равняется таким образом:
$$\frac{\alpha'}{\alpha}=\frac{N\cdot n_1\cdot n_2\cdots n_p}{N'\cdot n'_1\cdot n'_2\cdots n'_p}$$
где $N, N', n_1, n'_1, \ldots$ числа зубцов отдельных колес, которые не должны превышать очень больших величин. Самое отношение поэтому иногда заменяют более простым значением, обращая его в непрерывную дробь и беря подходящую, достаточной точности дающую его величину. На основании этих соображений подобрать исла колес и зубцов на них таким образом чтобы в то время как одна ось совершала бы вращение в 24 часа, другая бы равно в один месяц, т.е. 29 дней 12 часов 44 минут и 2 секунды

IV ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ИМЕЮЩЕГО ОДНУ НЕПОДВИЖНУЮ ТОЧКУ.

66. Тело вращается около горизонтальной оси таким образом, что угловая скорость его возрастает про-

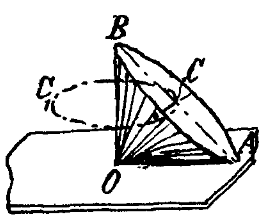
порционально времени: $\omega_1 = 3t$. Эта ось в свою очередь вращается около неподвижной вертикальной оси с угловой скоростью $\omega_2 = 4t$.Найти угловую скорость результатирующего вращения,а также подвижную и неподвижную аксоиды.

67. Тело участвует одновременно в трех вращениях относительно трех осей расположенных по двум сторонам и одной диагонаai квадрата $OABC$ причем угловые скорости соответственно равны рассматриваемы отрезкам.Заменим эту систему одним вращением.



68.Точка движется с постоянной угловой скоростью по окружности радиуса r_1 вращающейся с той же угловой скоростью около одного из своих диаметров. Найти результатирующую скорость точки.

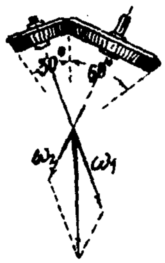
69. Прямой круговой конус,высота которого CO = 18 см.,а угол при вершине AOB прямой катится по плоскости без скольжения имея вершину в неподвижной точке О.Зная,что точка C движется равномерно и возвращается в первоначальное положение через 1 сек.Определить скорости концов A и B диаметра AB .



70.Угловая скорость тела $\omega = 7 \frac{1}{сек}$; мгновенная ось его составляет в данный момент с координатными осями острые углы α, β и γ ; $\cos\alpha = \frac{2}{7}$, $\cos\beta = \frac{6}{7}$. Найти величину скорости v и проекции ее: x', y', z' на координатные оси для точки тела,координаты которой,выраженные в метрах,в данный момент суть: $0, 2, 0$,а так расстояние d этой точки от мгновенной оси

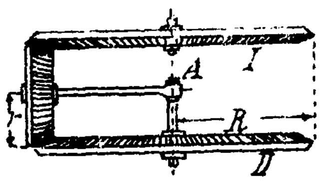
71. Параллелепид вращается в рассматриваемый момент времени одновременно около двух осей, проходящих через точку O. Угловая скорость по величине и направлению для первого вращения выражается диагональю OF грани $OEFA$. Ось второго вращения направлена по OD. Зная, что скорость точки B равна 61, $OA=5$, $OC=4$, $OE=3$ найти угловую скорость вращения около OD

72



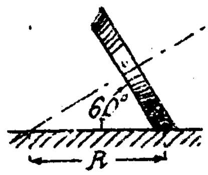
Даны два конических зубчатых колеса, оси которых неподвижны, а соответственные углы равны α и β. Первое колесо вращается с угловой скоростью ω_1; Определить угловую скорость ω_2 второго колеса и вычитать ее, когда $\alpha=30°$, $\beta=60°$, $\omega_1=$ $=10$ оо. в мин.

73. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ Коническое колесо 111, ось которого



может вращаться вокруг неподвижной оси AB соединено с зубчатыми колесами I и II, вращающимися вокруг той же оси AB с угловыми скоростями ω_1 и ω_2. Радиус колеса III равен r, радиусы колес I и II одинаковы и равны R. Определить угловую скорость ω вращения колеса III вокруг оси AB, а также угловую скорость ω_3 вращения колеса III вокруг его оси.

74. Диск радиуса r обегает 5 раз в минуту ок-



ружност радиуса оставаясь наклоненным к ее плоскости под углом 60°. Вычислить угловую скорость вращения диска вокруг его оси угловую скорость Ω вращения вокруг мгновенной оси.

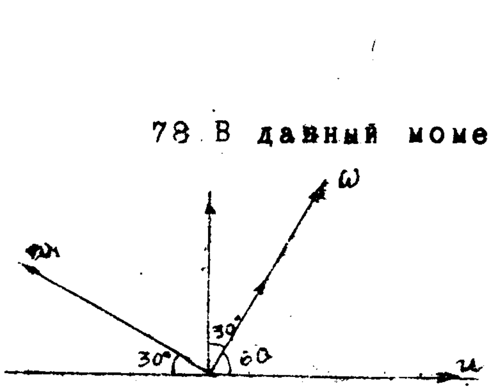
75. Найти ур-ния мгновенной оси и величину угловой скорости ω тела, если известно, что проэкции скорости точки $M(0,0,2)$ на координатные оси суть $x_1' = 1\ м/сек$, $y_1' = 2\ м/сек$, $z_1' = 0$, а направление скорости точки $M_2(0;1,2)$ определяется косинусами $2/3, -2/3, 1/3$

V. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРД. ТЕЛА.

76. Скорость v точки A тела образует с осью вращения и скольжения угол α. Найти скорости скольжения и скорость вращения ω если расстояние точки A от оси вращения и скольжения равно a. /см. реш.

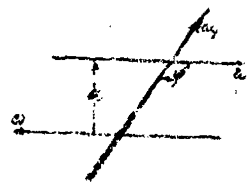
77. Куб, ребро которого a вращается одновременно с одинаковыми угловыми скоростями ω, вокруг двух своих ребер, как показано на чертеже. Найти результатирующее движение.

78. В данный момент тело обладает двумя вращениями $\omega = 3$ и $\omega_1 = \sqrt{3}$ поступательной скоростью $u = 6$ м/сек. Векторы ω, ω_1, u лежат в плоскости чертежа. Определить результатирующее движение, если $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$



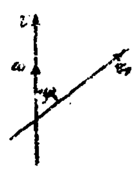
79. Тело обладает двумя вращениями около осей Ox и Oz со скоростями ω_1 и ω_2 поступательным вдоль оси Ox со скоростью v Определить результатирующее движение.

80



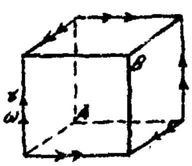
Определить результатирующее движение трех одновременных вращений, два из этих вращений обладает равными угловыми скоростями ω, но направленные в противоположные стороны; расстояние между осями этих вращений равны a. Ось третьего вращения ω_1, пересекает оба первых под некоторым углом φ.

81.



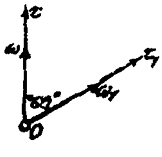
Какие изменения произойдут с винтовым движением τ, ω некоторого тела, если присоединить еще поступательное движение вск. τ_1 образующее угол φ с винтовой осью.

82.



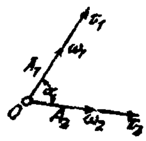
Куб совершает одновременно около шести из своих ребер шесть одинаковых винтовых движений τ_1, ω_1 как показано на чертеже. Определить результатирующее движение.

83.

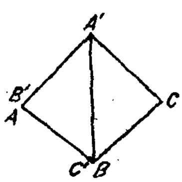


Разложить винтовое движение τ, ω некоторого тела на два других, из которых одно τ_1, ω_1 дано, ось его образует угол $60°$ с данной $\tau = \frac{3}{2}\tau$.

$\omega_1 = \frac{1}{3}\omega$. Найти второе составляющее движение

84. 

Тело обладает двумя винтовыми движениями, оси которых $\mathcal{A}_1$ и $\mathcal{A}_2$ пересекаются и образуют между собой угол α. Дано $\tau_1 = 2\tau_2$, $\omega_1 = \frac{\omega_2}{2}$. Найти результатирующее движение.

85. 

Правильный тетраэдр с ребром a движется так, что три вершины $\mathcal{A}, \mathcal{B}, C$ попадают в $\mathcal{A}', \mathcal{B}', C'$ Найти винтовые движения (ось скорости скольжения и вращения), производящие это перемещение.

VI. УСКОРЕНИЕ В ДВИЖЕНИИ ТОЧКИ.

86. Ур-ния движения точки $x = ae^{-kt}$, $y = be^{kt}$. Определить траэкторию, скорость и ускорение движения точки.

87. Ур-ния движения $x = \frac{a}{2}(e^{kt} + e^{-kt})$, $y = \frac{b}{2}(e^{kt} - e^{-kt})$ Определить траэкторию, скорость и ускорение точки.

88. Ур-ние движения $x = a\sin t$, $y = a\cos t$ Найти траэкторию, скорость и ускорение движения.

89. Закон движения $x = bt$, $y = \frac{a}{t}$ Найти траэкторию, скорость и ускорение.

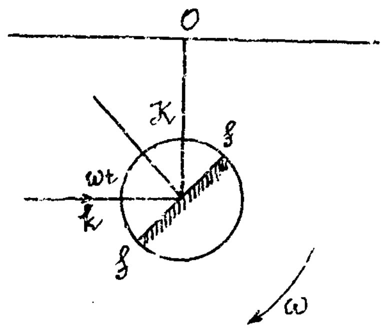
90. Точка $\mathcal{M}$ движется по цепной линии, ур-ние которой

$$y = \frac{a}{2}\left(e^{x/a} + e^{-x/a}\right)$$

с постоянной скоростью C. Найти ускорение с которым движется по оси y -ков проэкция m точки M в функции от координаты y.

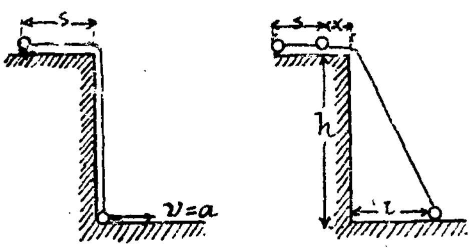
91. Вектор перемещается в пространстве таким ообразом, что конец его движется равномерно вдоль оси, направление которой перпендикулярно к вектору, а сам вектор вращается равномерно вокруг той же оси. Найти траэкторию, скорость и ускорение второго конца вектора.

92.



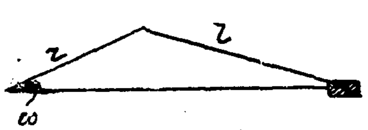
Горизонтальный луч солнца параллельный некоторому вертикальному экрану падает на зеркало, вращающееся около вертикальной оси отстоящей на расстоянии k от экранв. Луч отразившись, от зеркала (в точке лежащей на оси) падает на экран Найти скорость движения зайчика по экрану, если зеркало вращается с постоянной угловой скоростью ω.

93.



У подножия стола лежит шарик связанный с другим шариком, лежащем на столе нитью длины s Высста стола h. Нижний шарик движется с постоянной скоростью a. Найти скорость и ускорение движения верхнего шарика.

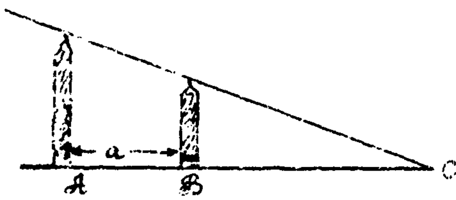
94.



Найти скорость и ускорение ползуна простой паровой машины, если длина шатуна l, длена кривошипа r и угловая скорость последнего ω.

95. Стержень k длины l вращаясь около неподвижной точки O с угловой скоростью ω проходит через ползушку M могущую скользить по прямой AB. Найти ускорение ползушки M в функции времени и скорость, с которой будет двигаться ползушка после расцепления оо стержнем.

96.



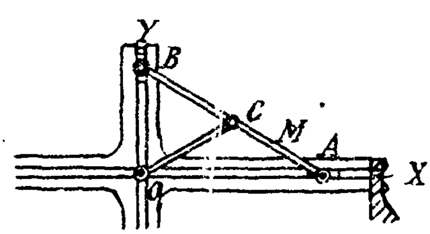
Две свечи имеющие первоначально одинаковую высоту h стоят на расстоянии A друг от друга. Первая свеча сгорает вся в t_1 сек., вторая в t_2 сек. $(t_1>t_2)$ Найти скорость и ускорение тени бросаемой свечой B от свечи A

97. Точка вышедшая в момент $t=0$ из положения определяемого координатами (1,2,4) движется прямолинейно и равномерно со скоростью 8 м./сек, составляющую с координатными осями углы, косинусы которых суть $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \cos\gamma$ Найти ур-ние траэктории точки и годограф ее скорости (см. решения)

98. Из орудия, ось которого образует угол 30° с горизонтом выпушен снаряд со скоростью 5000 м./сек. Предполагая, что снаряд имеет только ускорение силы тяжести $g=9{,}8\ ^{mt}/сек^2$ найти годограф скорости снаряда и скорость v_1 вычерчивающей годограф

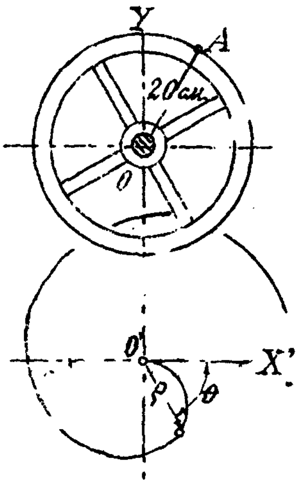
99. Найти годограф скорости точки, движение которой определяется ур-ниями $x=a\cos\omega t$, $y=b\sin\omega t$. и определить скорость ,-точки вычерчивающей годограф.

100.

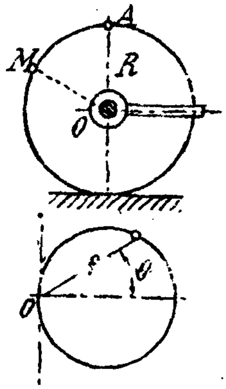


Длина линейки эллипсографа AB = 40 см., длина Кривошипа OC = 20 см. Кривошип равномерно вращается вокруг оси О с угловой скоростью ω. Найти ур-ние траэктории и годографа скорости точки M лежащей на линейке в расстоянии AM=10см. от конца A $AC=CB$

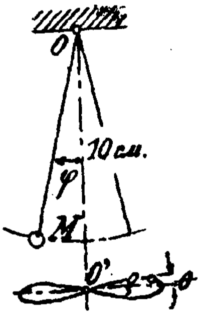
101. Маховое колесо приведено из состояния покоя в равноускоренное движение так, что по истечении 22сек. оно обладает угловой скоростью 105 об./мин. Найти ур-ие



годографа скорости точки A колеса, расстояние которой от оси вращения равно 20 см., если в начальный момент точка A находилась на вертикали OY. Считаем $\pi = 22/7$.

102. 

Скорость паровоза $v = 72\frac{км}{час}$ диаметр колеса его $R = 1 м$ колесо катится по рельсу без скольжения. Найти ур-ние годографа скорости точки M на оооде колеса, радиус которой составляет угол $\pi/2 + \alpha$ с направлением движения и определить скорость v_1 точки вычерчивающей годограф.

103. 

Маятник совершает колебательное движение около оси привеса 0, приближенно подчиняется ур-нию $\varphi = \frac{\pi}{100}\cos 10t$ где φ -угол отклонения маятника от оси считаемый положительным вправо. Найти ур-ние годографа точки M расстояние которой от оси привеса равно 10 см.

104. Найти полное ускорение точки движущейся с постоянной скоростью по окружности радиуса R и делающей n - оборотов в минуту.

105. При отходе от станции скорость поезда воз-

растает равномерно и достигает величины 72 км./час. через 3 минуты после отхода; путь расположен на закруглении радиуса 800 м. Определить касательное, нормальное и полное ускорение поезда через две минуты после отхода со станции.

106. Точка движется по окружности радиуса $R=4$ mt закон ее движения выражается формулой $s=4,5\,t^3$ mt. Найти полное ускорение и его угол α со скоростью в тот момент, когда последняя будет равна 6.

107. Точка движется по окружности так, что ее полное ускорение все время параллельно диаметру AB. Определить величину ускорения, когда радиус точки образует с ее диаметром угол φ.

108. Из орудия, ось которого составляет угол 30 с горизонтом, выпущен снаряд со скоростью 500 м./сек. Ускорение силы тяжести $g=9,8$ m/sec. Определить радиус кривизны траэктории снаряда в нависшей точке.

109. Найти касательное и нормальное ускорение точки, движение которой выражается ур-ниями:

$$x=\alpha t, \quad y=\beta t-gt^2/2$$

110. Точка описывает эллипс $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Ускорение ее направлено в сторону отрицательной оси y-ов. Скорость движения по оси x все время постепенна и равна v_0. Найти величину ускорения в каждой точке траэктории. (Начальное положение точки $x=0$, $y=b$).

111. Дано эллиптическое движение точки ур-ниями $x=a\cos t$, $y=b\sin t$. Найти радиусы кривизны эллипса в его вершинах.

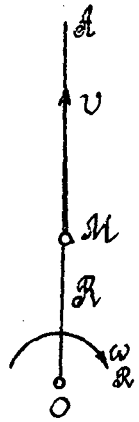
112. Точка движется по закону $x=kt^2$, $y=kt^{-2}$. Найти нормальное ускорение ее движения.

113. Точка совершает равномерное винтовое движение: $x=2\cos 4t$, $y=2\sin 4t$, $z=2t$. Определить радиус кривизны φ траектории.

114. Определить геометрически нормальное ускорение при движении по окружности с постоянной скоростью.

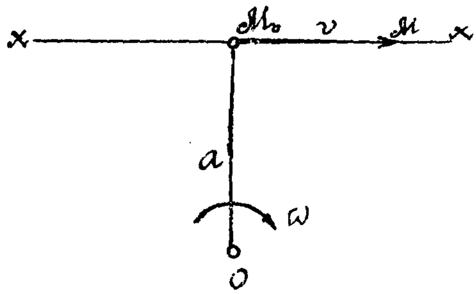
VII. ТЕОРЕМА КОРИОЛИСА.

115.



По прямой OA с постоянной скоростью движется точка M. Сама прямая вращается по стрелке часов с постоянной угловой скоростью ω. Определить полное ускорение в абсолютном движении точки.

116.



Прямая xx находящаяся на постоянном расстоянии a от точки O может вращаться вокруг этой точки с постоянной угловой скоростью ω. По этой прямой, начиная от точки M_0 движется с постоянной скоростью v точка M. Найти полное ускорение в абсолютном движении точки.

117. Точка движется равномерно со скоростью u по окружности диска, равномерно вращающегося вокруг его центральной оси с угловой скоростью ω в противоположную сторону; радиус диска равен a. Найти абсолютное ускорение точки (непосредственно и по теореме Кориолиса).

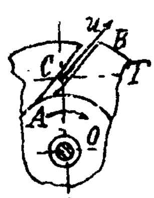
118. Точка движется равномерно с относительной скоростью u по хорде диска, который вращается вокруг его центральной оси с постоянной угловой скоростью ω. Определить скорость и ускорение абсолютного движения точки в тот момент, когда она находится на кратчайшем расстоянии h от оси вращения.

119 Струя воды течет по горизонтальной трубке AO_1 равномерно вращающийся вокруг вертикальной оси и делающей 60 оборотов в минуту. Определить ускорение Кориолиса в той точке струи, где относительная скорость $u = 21$ м/сек² и направлеьа по OA ($\pi = \sim 22/7$)

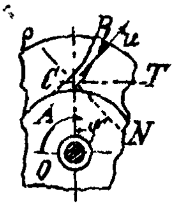
120. Найти ускорение Кориолиса в том случае, когда ось вращения составляет с направлением относительного движения угол φ (вообще не пересекая его).

121. Точка M движется по окружности с постоянной угловой скоростью ω. Окружность в свою очередь вращается равномерно в ту же сторону с угловой скоростью Ω около одной из своих точек O Найти величину ускорения точки M в момент времени t. (В начальный момент точка M лежит на другом конце диаметра, проведенного через точку O).

122. Турбина с прямолинейными каналами равномерно вращается с угловой скоростью ω вокруг оси O перпендикулярной к к плоскости чертежа. Вода течет по каналам с постоянной относительной скоростью u Найти для той частицы воды, которая находится в данной точке C канала AB, проэкции v_r и v_t абсолютной скорости, а также w_r и w_t абсолютного ускорения на взаимно-перпендикулярное направление OC и CT при следующих данных: Канал AB наклонен и радиусу OC под углом 45 , $OC = 0{,}5$ метр., $\omega = 4\pi$ 1/сек., $u = 2$ м./сек.



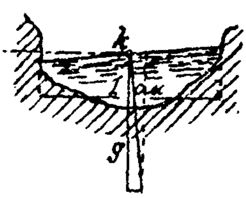
123. Решить предыдущую задачу для случая криволинейного канала, если радиус кривизны канала в точке C равен ρ, а угол между нормалью CN и радиусом OC равен φ.



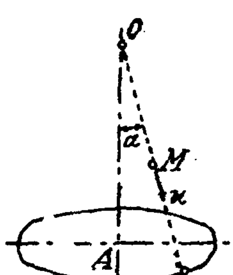
124. По железнодорожному пути, проложенному но параллели 30° сев. широты движется паровоз со скоростью u = 20 м./сек. Найти поворотное ускорение паровоза.

125. По железнодорожному пути, проложенному по меридиану, движется с юга на север вагон электрической железной дороги со скоростью 200 км./час. Определить поворотное ускорение вагона, когда он находится на 45° северной широты.

126. Река, шириною 1 км. течет с юга на север со скоростью 5 км./час. Определить поворотное ускорение частиц воды находящихся на 60 северной широты. Определить затем, у какого берега вода выше и насколько, если известно, что поверхность воды должна быть перпендикулярна к направлению ускорения, составленного из ускорения силы тяжести g и ускорения равного и противоположного поворотному ускорению.



127. Точка M равномерно движется по образующей кругового конуса с осью от вершины к основанию о относительной скоростью u. В момент $t=0$ расстояние $OM=a$ угол $MOA=\alpha$. Конус равномерно вращается вокруг своей оси с угловой скоростью ω. Найти абсолютное ускорение точки M



128. Точка описывает кривую $r=2(1+\cos\varphi)$ (Кардиоида). Угол φ выражается формулой $\varphi=3t$. Найти скорость и ускорение точки.

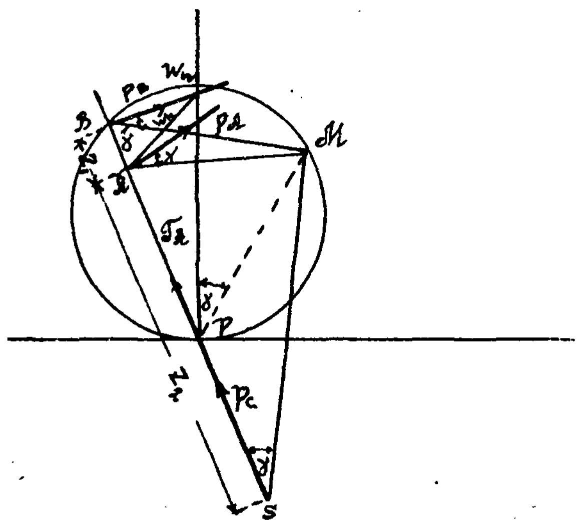
129. Точка описывает лемнискату, ур-ние которой $r=a\sqrt{\cos 2\varphi}$; угол φ в зависимости от времени выражается формулой $\varphi=kt$. Найти скорость и ускорение движения точки.

130. Найти ускорение в случае движения по Архимедовой спирали: $r=at$, $\varphi=kt$.

131. Даны ур-ния движения в полярных координатах $r=at$, $\varphi=kt$ (гиперболическая скорость). Найти проекции ускорения на радиус вектор и на нормаль к нему.

132. Даны ур-ния движения: $r=ke^{kt}$; $\varphi=nt$ (логарифмическая спираль). Найти проэкции ускорения на радиус вкектор и на нормаль к нему.

VIII. УСКОРЕНИЕ В ПЛОСКОМ ДВИЖЕНИИ.



Если мы представим себе перемещение по неподвижной полоиде некоторой точки постоянно совпадающей с мгновенным центром, то скорость ее u называется скоростью перемены полюса. Она равна $\omega\frac{R_1R_2}{R_1\pm R_2}$ где ω угловая скорость вращения, R_1, R_2 радиусы кривизны неподвижной и подвижной полоид, знак + относится к случаю внешнего соприкасания полоид, знак − внутреннего.

Поворотным кругом наз. геомертическое место точек фигуры движущихся в данный момент прямолинейно. Поворотный круг имеет с общими полоидами общую касательную и расстояние по ту сторону последней, где скорости точек фигуры имеют одинаковое направление со скоростью перемены полюса. Диаметр поворотного круга равен $\frac{u}{\omega}$. Точка пересечения общей нормали полоид с поворотным кругом наз. точкой поворота.

Центром ускорения наз. точка поворотного круга, ускорение которой равно нулю. В случае равномерного вращения она совпадает с точкой поворота; в случае ускоренного вращения лежат в той же воловине поворотного круга, которая расположена по направлению движения спереди под углом γ определяемом из ур-ния $\frac{d\omega}{dt}:\omega^2$ в случае же замедленного - в задней его половине.

Ускорение любой точки $\mathcal{B}$ системы может быть получено в следующих формах

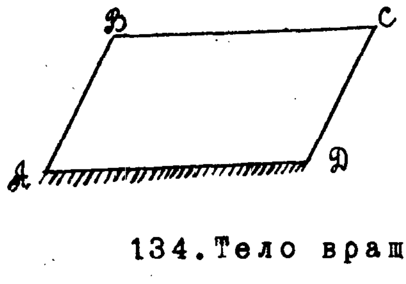
1. $j_{\mathcal{B}}=\overline{\mathcal{MB}}\cdot\sqrt{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2+\omega^4}$ -ускорение, которое получилось бы от вращения фигуры около точки $\mathcal{M}$.

2. Оно выражается равнодействующей из ускорения $\mathcal{AP}\frac{d^2\omega}{dt^2}$ — перпендикулярного радиусу $\mathcal{AB}$ и ускорения $\mathcal{A}W_h\cdot\omega^2$ направленного в точку поворота.

Ускорение мгновенного центра вращается равно

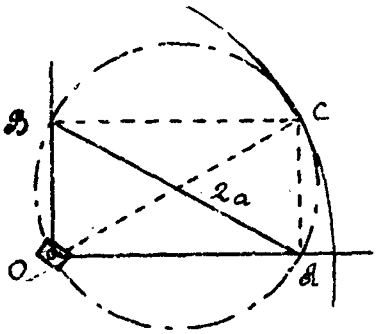
$$\mathcal{P}W_h\cdot\omega^2=\frac{u}{\omega}\,\omega^2=u\omega\ .$$

133. В четырехзвенном механизме кривошипы $\mathcal{AB}$ и $\mathcal{CD}$ равны, а длина шатуна $\mathcal{BC}$ равна расстоянию между центрами кривошипов. Определить ускорения точек шатуна при равномерном вращении обоих кривошипов со скоростью ω.



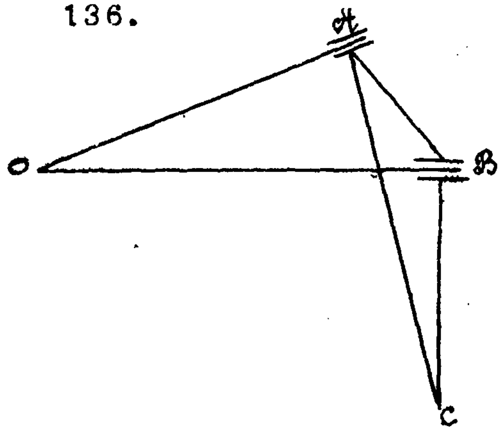
134. Тело вращается с постоянными угловыми ускорениями a около неподвижной оси. По прошествии какого времени от начала движения угол полного ускорения с радиусом будет равен 45° ?

135. Определить поворотный круг для прямой $\mathcal{AB}$

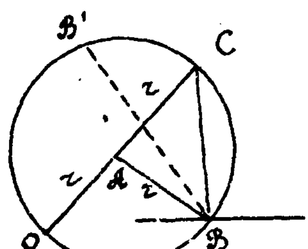


концы которой скользят по сторонам прямого угла.

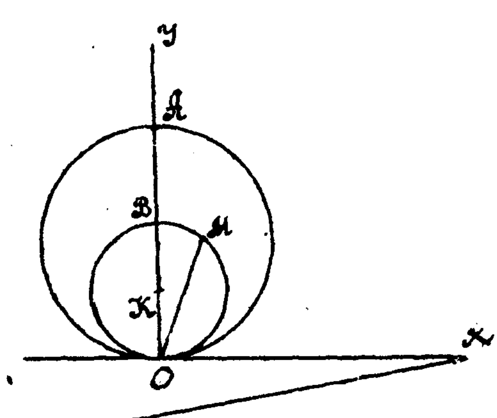
136. Прямая AB движется опираясь концами на стороны OA и OB острого угла AOB. Определить ее поворотный круг.



137. Определить поворотный круг кривошипного мехаьизма, в котором длины кривошипа и шатуна равны.



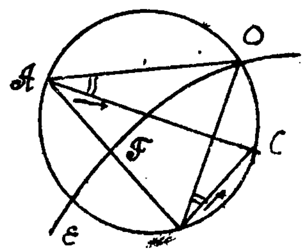
138. Шар катится по наклонной плоскости по закону движения: $s=3+5t^2$. Определить центр ускорения в момент $t=2$ сек. если радиус шара равен $0,2$ метра.



139. Окружность O_1 радиуса R_1 катится без скольжения по окружности O радиуса R. Опреде-

лить поворотный круг.

140. Даны ускорения $\mathcal{AC}$ и $\mathcal{BC}$ двух точек $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ по величине и направлению. Найти центр ускорения



Р Е Ш Е Н И Я.

1. Возьмем начало отсчета в точке $\mathcal{A}$ и начальный момент в 12 часов. Скорость движения обоих поездов будет равна $75/2{,}5 = 30$ врс/час. В таком случае ур-ия движения обоих поездов будут соответственно:

$$(1)\ldots\ldots\ldots\ x=30(t-3)$$

$$(2)\ldots\ldots\ldots\ x=75-30(t-4{,}5)$$

Решая эти ур-ния совместно, находим: $t=5^h$, $x=60$ вр.

Графическое решение ясно из прилагаемого чертежа.

2. Пусть скорость доски (= скорости течения реки) равна , а скорость парохода u. В таком случае для их определения имеем два ур-ния:

$$u+v=72/4$$

$$u-v=72/9$$

Отсюда $u=13$, $v=5$ (врс. в час). Искомое время равняется $72/5 = 14$ час. 24 мин.

3. Скорость пассажира относительно встречного поезда равна $40+35=75$ км/час. Искомое время равно $\frac{0{,}150}{75} = 0{,}002$ часа $= 7{,}2$ сек.

4. Искомый угол определяется из ур-ния: $tg\varphi=\frac{w}{u}$

5. Скорость v дождя определяется из ур-ния

$$v=72\cdot ctg40\ ^{км}/_{час}=23{,}8\ ^{метр}/_{сек}.$$

6. Имеем: $h = \frac{b}{tg\varphi_1} = \frac{b+vt}{tg\varphi_2}$.

Отсюда:

$$h\,tg\varphi_2 = h\,tg\varphi_1 + vt$$

и

$$h = \frac{vt}{tg\varphi_2 - tg\varphi_1}$$

7. По формуле пути для равноускоренного движения без начальной скорости: $s = gt^2/2$, имеем: $400 = \frac{g}{2}t^2$

$1 = \frac{g}{2}\cdot(10)^2$ Исключая g из этих ур-ний находим $t = 200$ сек.

8. Отсчитывая время в обратном направлении, мы можем наше равнозамедленное движение превратить в равноускоренное. Искомая скорость $v = gt = \frac{2s}{t} = \frac{2{,}6}{0{,}02} = 6$ метр/час

9. Искомое расстояние равно:

$$s_1 - s_2 = \frac{g}{2}\cdot(1)^2 - \frac{g}{2}(0{,}9)^2 =$$

$$= 490\cdot 0{,}1\cdot 1{,}9\,см = 93{,}1\,см.$$

10. Имеем: $4 = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2x}{9{,}8} + \frac{x}{330}}$; отсюда $x = \sim 64$ метра.

11. Проходимый путь равен с одной стороны $a/\cos\varphi$ с другой $\frac{wt^2}{2}$, где $w = g\sin\varphi$. Отсюда $t^2 = \frac{2a}{w\sin\varphi\cos\varphi} = \frac{4a}{w\sin 2\varphi}$. Минимум получится при $\sin 2\varphi = 1$, откуда, $\varphi = 45°$

12. При $t = 12$ и $t = 9$ путь будет соответственно 924 и 531. Отсюда: $v_{ср} = \frac{924-531}{12-9} = 131$.

Истинную скорость находим дифференцированием: $v = 5 + 12t$

откуда: $v_9 = 113$, $v_{12} = 149$

13. Исключая t из обоих ур-ний имеем ур-ние траэктории: $3x - 2y = 0$ (-прямая, проходящая через начало координат). Скорость находим по формуле $v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2$, откуда $v = t\frac{\sqrt{13}}{6}$. (движение равноускоренное).

14. Ур-ния движения фонаря будут:

30 км./час. = 500 метр./мин.

$$x = \frac{30}{6}\,t$$

$$y = 4{,}905 - \frac{9{,}81\cdot t^2}{2} = 4{,}905(1 - t^2) = 5\%\ \text{метр/сек}.$$

Траэктория парабола. Искомое

асстояние пройденное поездом во время падения фонаря авно: $50/6 = 8\,1/3$ метр.

15. Подставляя в ур-ние траэктории вместо x, y соответственно a и b получаем для определения $tg\alpha$ квадратное ур-ние: $b = a\,tg\alpha - \frac{ga^2}{2v_0^2}(1+tg^2\alpha)$, откуда:

$$tg\alpha = \frac{1}{a}\left[2h \pm \sqrt{4h(h-b)-a^2}\right]$$

где $h = \frac{v_0^2}{2g}$ При $4h(h-b) > a^2$ олучаем два положительных корня, т.е. в данную точку мож о попасть давая нач. скорости два направления.

16. Надо найти максимум функции $x = v_0 t\cos\alpha$, где t пределяется из условия $0 = v_0 t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2$ (условие паения). Искомый угол равен $45°$.

17. Считая, что движение совершается по стрелке чаов и точка выходит из правого конца диаметра, имеем $x = a\cos\frac{v_0 t}{a}$. Скорость получится по теореме о проэкции скорости: $v = -v_0\cos\left(90° - \frac{v_0 t}{a}\right) = -v_0\sin\frac{v_0 t}{a}$.

18. Скорость конца минутн. стрелки $\frac{2\pi}{900}$ см/сек. угол ежду стрелками $2\pi\,{}^{59}/_{3600}\cdot t$ (потому по стрелке часов). скомая проэкция равна:

$$\frac{\pi}{900}\cos\left(2\pi\,{}^{59}/_{3600}\,t - \pi/2\right) = \pi/900 \cdot \sin\left(2\pi\,{}^{59}/_{3600}\,t\right)\ \text{см/сек}$$

19. Движение точки определяется формулой $x = x_1 + x_2 = (a\cos\alpha + b\cos\beta)\sin\omega t + (a\sin\alpha + b\sin\beta)\cos\omega t$. Полагая $A\cos\theta = a\cos\alpha + b\cos\beta$, $A\sin\theta = a\sin\alpha + b\sin\beta$ находим $x = A\sin(\omega t + \theta)$. мплитуда A определяется из ур-ния:

$$A^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos(\alpha - \beta)\ ; \qquad tg\theta = \frac{a\sin\alpha + b\sin\beta}{a\cos\alpha + b\cos\beta}$$

20. Траэктория точки окружность $x^2 + y^2 = 100$. Движение будет равномерным со скоростью 4π (из $v_0 t = 10\cdot 2\pi\cdot\frac{t}{5}$)

21. Траэктория - эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 2xy/ab\,\sin(\beta-\alpha) = \cos^2(\beta-\alpha)$.

22. Период колебания $T = \frac{oc}{v} = 1/25$ сек. Ур-ние колебания $y = 2{,}5\sin(50\pi t)$ см

23. $x = R(\varphi - \sin\varphi)$, $y = R(1-\cos\varphi)$. Траэктория - циклоида. Проэкция скорости.

$v = -10\sin\varphi$

24. Пусть $CP = d$. Ур-ия обоих траэктории будут

$x=R\theta-d\sin\theta;\ y=R-d\cos\theta$ (в одном случае $d>R$, во втором $d<R$ — укороченная и удлиненная циклоиды). В нашем случае:

$$1^\circ \quad x=70\cdot\theta-72\sin\theta \quad y=70-72\cos\theta;$$

$$2^\circ \quad x=70\cdot\theta-50\sin\theta \quad y=70-50\cos\theta$$

25. Углы α и θ связаны соотношением: $r\alpha=R\theta$

Для внешней точки координаты центра суть: $x'=(r+R)\sin\alpha$, $y'=(r+R)\cos\alpha$. Координаты кривой (эпоциклоиды) будут:

$$x=x'-R\sin[\pi-(\alpha+\theta)]=(r+R)\sin\alpha-R\sin\frac{r+R}{R}\alpha$$

$$y=y'+R\cos[\pi-(\theta+\alpha)]=(r+R)\cos\alpha-R\cos\frac{r+R}{R}\alpha$$

Ур-ние нижней кривой (гипоциклоиды) будут:

$$x=(r-R)\sin\alpha-R\sin\frac{r-R}{R}\alpha$$

$$y=(r-R)\cos\alpha+R\cos\frac{r-R}{R}\alpha$$

В нашем случае $r=2R$. Ур-ия гипоциклоиды будут: $x=0$, $y=2R\cos\alpha$ — гапоциклоида вырождается в прямую.

26. Если угол $RAO=\varphi$ то $x=(2l-a)\cos\varphi$, $y=a\sin\varphi$

Траэктория — эллипс $\frac{x^2}{(2l-a)^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$.

27. Для точки M: $x=R\cos\alpha$; $y=R\sin\alpha$. для точки N: $x=R\cos\alpha+\alpha R\sin\alpha$, $y=R\sin\alpha-\alpha R\cos\alpha$. Ур-ние эвольвенты

$x^2+y^2=R^2(1+\alpha^2)$; или $x^2+y^2=R^2\left(1+\operatorname{arctg}^2\frac{y}{x}\right)$.

28. Траэктория — Архимедова спираль $r=\frac{300}{\pi}\cdot\varphi$

Скорость $v=\sqrt{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2}=\sqrt{100+100t^2\frac{\pi^2}{900}}=10\sqrt{1+\frac{\pi^2t^2}{900}}$

29. Траэктория — гиперболическая спираль: $r=ak/\varphi$

Скорость $v=\sqrt{a^2+a^2k^2}$. Угол ее рад. вектором опред. из ур-ния: $\operatorname{tg}\theta=\frac{r\,d\varphi/dt}{dr/dt}=\frac{-ak}{a}=-k$

30. Траэктория — логарифмическая спираль: $r=ke^{k\varphi/n}$.

Скорость $v=\sqrt{n^2\theta^2e^{2k\varphi/n}+\frac{k^4}{n^2}e^{2k\varphi/n}}=\frac{k}{n}e^{k\varphi/n}\sqrt{n^2+k^2}$

31. 1. $\omega=\pi\ 1/сек$ 2. $\omega=500\pi\frac{1}{сек}$ 3. $\omega=\frac{\pi}{43200}\frac{1}{сек}$

32. Из ур-ний $\omega\cdot d/2=50$, $\omega(d/2-20)=10$, находим $\omega=2\ 1/сек.$, $d=50$ см.

33. Скорость точек ремня $v=0{,}5\cdot2\pi\cdot100=100\pi$ мт/минуту.

Угловая скорость шкива $\mathcal{B}$ $\omega = \frac{100\cdot\pi}{0{,}75} = 133\,1/_3\,\pi$ $^1/_{минут}$

34. По формулам равноускор. движения $s = \frac{wt^2}{2}$, откуда $w=1$. Искомая скорость $wt = 5$ обор. в сек.

35. Искомая скорость равна $\omega = 20t\,\frac{1}{сек}$ обор. в сек.

36. Угловая скорость ускорение $= 20\,\frac{1}{сек^2}$

37. Надо обратить градусную меру углов в дуговую. Искомое $\omega = \frac{1}{810}\cdot\pi^2\cdot\frac{1}{сек}$; t_1 и t_2 находится приравнивая нулю производную $d\varphi/dt$: $t_1 = 45$ сек, $t_2 = 135$ сек. Период колебания $T = 2(t_2 - t_1) = 2$ минут.

38. Угол α определяется из ур-ния: $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = a/x$, где $x = r + vt$; $\alpha = 2\operatorname{arctg}(1 + vt/a)$. Угол поворота равен $\pi/2 - \alpha$, откуда $\omega = \frac{-2vr}{r^2 + (r+vt)^2}$ (дифференцированием по t).

39. Траэктория-винтовая линия с шагом $2\pi\frac{v}{\omega}$ (ур-ния если ось x-сов проходит через начальное положение точки: $x = a\cos\omega t$, $y = a\sin\omega t$, $z = ct$). Скорость $v = \sqrt{c^2 + \omega^2 t^2}$.

40. Ускорение опред. из ур-ния: $4 = \frac{w(2^2)}{2}$ отсюда $w=2$. Число сделанных оборотов через 5 сек. будет $n = \frac{2\cdot 5^2}{2} = 25$. Искомое поднятие равно 25 сантиметрам.

41. Искомые координаты $x = \sqrt{3}/2$, $y = 1/2$ метр.

42. Применяем теорему о проэкциях скоростей точек концов прямой. $v_b = 90\sqrt{3}$ м./сек.

43. Продолжаем O_1A и O_2B до пересечения и опускаем перпендикуляр на AB. Проектируя скорость точки A на AB находим для искомой скорости

$$v = a\omega\sin\alpha.$$

44. Если бы точка A была неподвижна, то центр вращения стержня BC нашелся бы, если бы мы выставили перпендикуляр BS до продолжения с AC. Точку A однако мы всегда можем сделать неподвижной давая нашей системе поступательную скорость точки A в обратную сторону. Чтобы вернуться к нашему случаю мы должны поэтому к вращению около точки S добавить посту-

пательную скорость вправо $1\ м/с$, что равносильно переносу центра вращения в точку S' отстоящую вдвое дальше от B которая и оудет искомым центром для стержня BC. Мгновенный центр S_2 для AC найдется на пересечении прямой S_1C с продолжением перпендикуляра AS_2. Производя вычисления имеем: $AB = 2\cos 30^\circ + 1\cos 45^\circ = \frac{1}{2}(2\sqrt{3}+\sqrt{2})$, $BS = AB\cdot tg 30^\circ = 1+\frac{\sqrt{6}}{6}$, $BS_1 = 2+\frac{\sqrt{6}}{3}$, $\omega_1 = \frac{6}{6+\sqrt{6}}$ Тем же самым методом, находим: $AS_2 = AB tg 45^\circ = \frac{1}{2}(\sqrt{2}+2\sqrt{3})$

[S_2 симметричен с точкой пересечения BC и перпенд. к A]; $\omega_2 = \frac{2}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$ Скорость точки C найдется из того что составляющие по AB и BC равны соответственно $\sqrt{3}/2$ и $\sqrt{2}$, откуда $v^2 = 3/4 + 2\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2}\cos 75^\circ$

45. I. Центр вращения точки B. Искомая угловая скорость определяется из условия $\omega\cdot BA = \omega_1\cdot OA$ где ω_1 -угловая скорость кривошипа. $\omega = \frac{6}{5}\pi\frac{1}{сек}$, $v = 120\ \pi$ см./сек.(вверх). II. Поступательное движение $v = 240\ \pi$ см./сек.(влево). III. $\omega = -\frac{6}{5}\pi\frac{1}{сек}$, $v = 120\pi$ (вниз). IV. Поступательн. движение: $v = 240\ \pi$ (вправо).

46. Находим мгновенный центр: $v_A = \Omega\cdot AC = \omega\cdot AO$, откуда $\Omega = \omega\cdot\frac{AO}{AC}$ $v_B = \Omega\cdot BC = \omega\cdot\frac{AO\cdot BC}{AC}$. Восставляя перпендикуляр OD_1 находим $OD : BC = OA : AC$, откуда $v_B = \omega\cdot OD$

47. Мгновенный центр вращения - точка A; угловая скорость $\omega = \frac{w}{R-r}$; скорость точки $O = R\cdot\frac{w}{R-r}$

48. Задача приводится к сложению поступательного и вращательного движений. Неподвижный аксоид - плоскость паралл. рельсу и лежащая на расстоянии $x = 3/60\pi\ м/сек = 1{,}6\ см.$ в см. от оси волчка. Подвижной аксоид - вертикальный цилиндр того же радиуса.

49. Отношение скоростей колес при внешнем зацеплении $\omega_2/\omega_1 = -z_1/z_2$ (в разн. стороны), при внутреннем $\omega_2/\omega_1 = z_1/z_2$ (в одну сторону). Относительн. угловая скорость $\omega_{2,1} = \omega_2 - \omega_1 = -\omega_1\frac{z_1+z_2}{z_2}$; при внутреннем зацеплении $= \omega_1\frac{z_1-z_2}{z_2}$

50. Два оборота.

51. Имеется пара вращений; педаль движется поступательно: все точки описывают окружности радиуса OA.

52. Полоиды – соответственно обе окружности. Искомые скорости $v_A = 0$, $v_B = v_D = 20\pi\sqrt{2}$ см/сек. см./сек., $v_c = 40\pi$ см./сек.

53. Пусть угол AOB равен φ. Координаты неподвижной полоиды определяются из ур-ний: $x = 2r\cos\varphi$, $y = x\,tg\varphi$, откуда неподвижная полоида $x^2+y^2=4r^2$. Если возьмем подвижные оси координат с началом в точке A, ось x-ов направим по AB, то, т.к. расстояние центра вращения от точки A равно r имеем: $x' = r\cos 2\varphi$, $y' = r\sin 2\varphi$ откуда: $x'^2 + y'^2 = r^2$.

54. Мгновенный центр найдется на пересечении перпендикуляров к Ox через точку A и к AR через точку O. Если угол $BAO = \varphi$, то ур-ние неподв. полоиды: $x = \frac{a}{\sin\varphi}$, $y = x\,ctg\varphi$ Исключая φ находим: $x^4 = a^2(x^2 + y^2)$. Ур-нив подвижной полоиды находим из подобия треугольников: $a/\eta = \eta/\xi$ откуда: $\eta^2 = a\xi$.

55. Центр лежит на пересечении AD и BC. Из равенства тр-ков ABD и BCD (по свойству антипараллелограмма) имеем: $OB = OD$ и $AO = OC$. Сумма расстояний $OA + OB = AD$ постоянна; неподвижная полоида есть эллипс с фокусами в A и B. Подвижная – эллипс с фокусами в C и D.

56. В этом случае разность расстояний центра от A и B есть величина постоянная; полоиды суть гиперболы с фокусами в A, B, и C, D.

57. Мгновенный центр P получится в точке пересечения перпендикуляров к прямым OA и OB в точках M и N. Точки O, P, M и N лежат на окружности с диаметром OP, которая и будет неподвижной полоидой. Подвижная полоида будет тоже окружностью с центром в O и радиусом OP.

58. Мгновенный центр получится, в пересечении перпендикуляров AP и CP. Т.к. $AM = OC$ то точка P лежит на окружности проходящей через A, C, O, M и обладает тем свойством, что $CP = AP$. Неподвижная полоида – парабола с фокусом C и директрисой OY.

59. Точка M фигуры A' описывает дугу MN', точка M фигуры A – дугу MN. Общая касательная PP' пере-

ходат в pp. Проведем перпендикуляры $OP, O'P'$ и CD. Из подобия тр-ков DMN и PMO имеем: $\frac{ND}{OP}=\frac{MN}{MO}=\frac{MD}{MP}$; из подобия тр-ков DMN' и $P'MO'$: $N'D'/O'P'=M'N'/MO'=MD/MP'$. Далее $MN=$ $=OM\omega_1 dt$; $MN'=O'M\cdot\omega_2 dt$ отсюда:

$\omega_1 PM=\omega_2\cdot MP'$ и $\omega_1 OC=\omega_2 O'C$.

60. Имеем $ND=OP\cdot\omega_1 dt$, $N'D=O'P'\omega_2 dt$; $OC:CO'=\frac{MC-OP}{O'P'-MC}=\frac{\omega_2}{\omega_1}$

$NN'=ND+DN'=OP\cdot\omega_1 dt+O'P'\omega_2 dt=(\omega_1+\omega_2)MC\cdot dt$. отсюда:

$$NN'/dt=(\omega_1+\omega_2)\cdot MC.$$

61. Необходимо, чтобы нормаль MC в точке касания проходила бы через постоянную точку C на линии центров OO'. Можно выбрать в качестве профилей эвольвенту RMS круга OC и горизонтальную прямую $R'MS'$. Когда круг повернется на дугу CR стержень подымется на $CM=CR$.

62. Точка касания M'' профилей находится на общей касательной к кругам O' и O' (для которых построены эвольвенты). При повороте точка M'' передвинется по линии TT', которая пересекает линию центров в постоянной точке M' откуда следует (зад. 59) постоянство отношения угловых скоростей.

63. В самом деле точка M перемещается перпендикулярно нормали NT по кривой T обертывающая же касается обертываемой.

64. На $O'\mathcal{T}$ как диаметре опишем окружность с центром в O''. Согласно условиям предыдущей задачи точка $\mathcal{N}$ принадлежит искомой обертывающей. Дуги $\mathcal{N}\mathcal{T}$ и $\mathcal{M}\mathcal{T}$ равны, как измеряющие углы $\mathcal{N}O''\mathcal{T}$ и $\mathcal{N}O'\mathcal{T}$ из которых первый вдвое больше второго(центр. углы в двух окружностях с радиусами $\mathcal{R}$ и $2\mathcal{R}$). Таким образом дело сводится к тому, что две окружности о центрами O' и O'' катятся одновременно по третьей с центром в O. Точка $\mathcal{N}$ описывает эпоциклоиду(обертывающую радиус $O'\mathcal{M}$).

65. Переведя искомое отношение в деле дня, имеем: $29,5306 : 0,5 = 147653 : 2500$. Это отношение равно $\frac{11\cdot 31\cdot 433}{2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 5\cdot 5}$. Т.к. колесо с 433 вубцами неудооно, то преобразуем в непрерывную дробь

$$\frac{147653}{2500} = 59 + \frac{153}{2500} = 59 + \frac{1}{2500/153} = 59 + \frac{1}{16 + 52/153} = 59 + \frac{1}{16 + \frac{1}{2} + \ldots}$$

Подходящие дроби суть:

$$59/1\ ,\quad 945/16\ ,\quad 1944/93$$

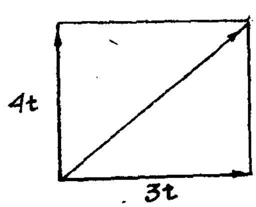
Вторая дробь дает нам:

$$945/16 = \frac{33\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2} = 30/8 \cdot 35/8 \cdot 18/5$$

Таким образом возможно положить

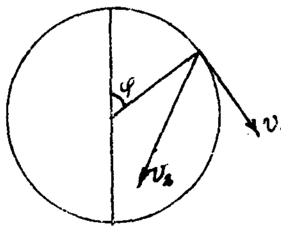
$$\mathcal{N}' = 30\ ,\ n_1 = 8\ ,\ n_1' = 35\ ,\ n_2 = 8\ ,\ n_2' = 18\ ,\ \mathcal{N} = 5$$

66. Результатирующая скорость $\Omega = 5t$ ао диагонали соответствующего ваграмма. Аксоиды - конические поверхности с осями направвленными по слагающим окоростям. Радиусы конусов обратно пропорциональны соответствующим угловым скоростям.



67. Результатируювее вращение направлено по диагонали и равно удвоенному диагональному.

68. Точка имеет две скорости: $v_1 = r\omega$, $v_2 = r\omega \sin\omega t$ $(\varphi = \omega t)$.

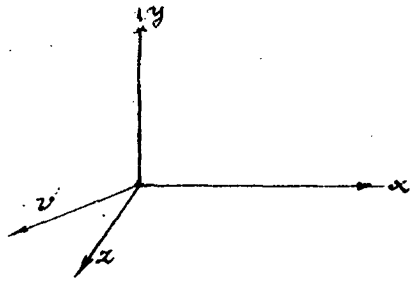


Результатируюшая скорость

$$v = r\omega\sqrt{1+\sin^2\omega t}.$$

69. Скорость точки C равна $2\pi \cdot 18\frac{\sqrt{2}}{2}$ см/сек. Ось вращения OA . Скорость: $v_B = 36\sqrt{2}\,\pi$ см/сек $\cdot$ $v_A = 0$

70. Составляюшие угловой скорости по осям x, y, z равны соответственно: $p=2$; $q=6$; $r=7$ $\sqrt{1-\left(\frac{6}{7}\right)^2-\left(\frac{2}{7}\right)^2}=3$ Берем лоложительное направление против стрелки часов, оси координат как указано. В таком случае



$v_x = qz - ry = -6$; $v_y = rx - pz = 0$; $v_z = py - qx = 4$.

Результатирюшая скорость равна: $\sqrt{16+36} = 2\sqrt{4+9} = 2\sqrt{13}$

71. Проэкции первой скорости $p_1 = 5$, $q_1 = 0$, $r_1 = 3$ Для точки B $x=5$, $y=4$, $z=0$. Для данного расположения осей и положительного вращения во часовой стрелке справедливы те же формулы, что и в предеыдущей задаче. Скорость точки B от первого вращения: $v_x' = -12$, $v_y' = 15$; $v_z' = 20$. Если ω угловая скорость второго вращения, то: $p_2 = 0$, $q_2 = \frac{4}{5}\omega$; $r_2 = \frac{3}{5}\omega$; соответствуюшие скорости: $v_x'' = -\frac{12}{5}\omega$, $v_y'' = 3\omega$; $v_z'' = -4\omega$. Результатируюшая скорость: $v^2 = (v_x' + v_x'')^2 + (v_y' + v_y'')^2 + (v_z' + v_z'')^2$, т.е. $61^2 = (12 + \frac{12}{5}\omega)^2 + (15+3\omega)^2 + (20-4\omega)^2$, откуда $769\omega^2 - 310\omega - 73800 = 0$; Искомая углсвая скорость $\omega = 10$

72. $\omega_2 = \omega_1 \sin\frac{\alpha}{2} / \sin\frac{\beta}{2}$. В данном случае $\omega_2 = \sim 0{,}173$

73. Применяя два раза формулу предыдущей задачи, находим $\omega_3/\omega_1 = R/2r$; $\omega_3/\omega_2 = -R/2r$, откуда $\omega_3 = \frac{(\omega_1+\omega_2)R}{2r}$.

Чтобы определить угловую скорость вращения около оси AB прибавим ко всей системе скорость ω , в обратную сторону и напишем, что скорость конца средн. колеса лежашего на колесе II вдвое больше его середины. (Ось вращения на колесе I).

$(\omega - \omega_1)\cdot R = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} R$ Отсюда $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$.

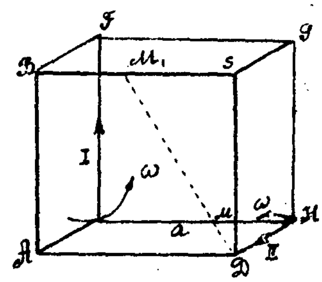
74. Скорость точки основанные высоты равна $\frac{\pi}{6}\cdot R\sin^2 60^\circ = \frac{\pi}{8}R$. В таком случае $\Omega\frac{R\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi}{8}R$ и $\Omega = \frac{\pi\sqrt{3}}{6}\cdot\frac{1}{сек}$. Угловая скорость вращения диска около оси опред. из след. условия: $\omega\cdot R/2$ = скорость оогания $= \frac{\pi}{6}R$, отсюда $\omega = 5/3$.

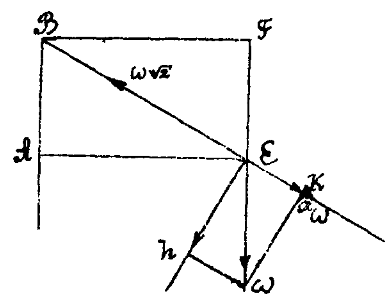
75. Составляющие скорости ω будут p, q, r, скорость точки M_2 будет v. Для определения p, q, r, v имеем по формулам Эйлера шесть совместных ур-ий.
(для точки M_1) $1 = qz - ry$; $1 = 2q$; $2 = -2p$; $py - qx = 0$ дает тождество
(для точки M_2) $\frac{2}{3}v = 1 - r$, $-\frac{2}{3}v = 2$, $\frac{v}{3} = 1$.

Решая эти ур-ния имеем: $p = -1$, $q = 1/2$, $r = 3$, $v = 3$
Отсюда $\omega = \sqrt{41}/2$. Ур-ние мгновенной оси:

$$\frac{x}{p} = \frac{y}{q} = \frac{z}{r}\ ; \qquad x + 2y = 0\ ;\ 3x + z = 0.$$

76. Скорость скольжения $u = v\cos\alpha$; скорость вращения $\omega = \frac{v}{a}\sin\alpha$. /В дальнейших задачах положит. направл. вращения против стрелки часов/.

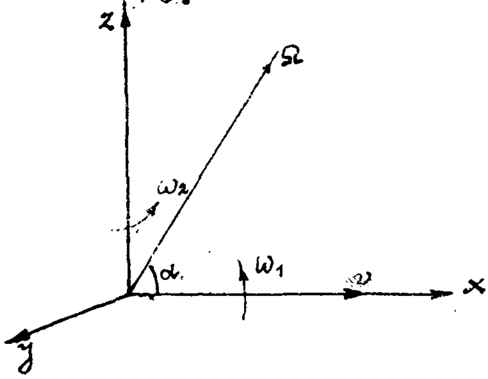
77. 



Переносим скорость II на радиус AE добавляя поступательное движение равное $a\omega$ (вине) Результатирующая вращений равна будет направлена по BE. Разлагаем поступательное движение на два Ek и Eh равные $a\omega/2$. От добавления EK вращательное движение перенесется в точку M - середину EH. Результатирующее движение винтовое около MM': $\omega' = \omega\sqrt{2}$; $u = -\frac{a\omega}{2}$ (вниз).

78. Результатирующее вращение $\Omega = \sqrt{\omega^2 + \omega_1^2} = 2\sqrt{3}$. $\cos(\Omega,\omega) = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \cos 30^\circ$. Вращение будет след. проходить по вертикали. Добавляя поступательное перрмещение $v = 6$ вправо получим вращение около вертикальной оси лежащей за плоскостью чертежа на расстоянии $\frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ метр.

79.



Результатирующее вращение $\Omega=\sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2}$ образует с осью x угол, $\cos$ которого $= \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2}}$ Разлагая поступательное движение по Ω и перпендикулярное Ω находим скорость скольжения $\frac{v\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2}}$ Получаем винтовое движение около оси параллельной Ω и пересекающей ось y в точке с координатой $y=-\frac{1}{\Omega}\frac{v\cdot\omega_2}{\sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2}}$

80. Результатирующее движение сводится к вра-аению с угловой скоростью ω_1 Ось его параллельна ω_1 и лежит влево от ω на расстоянии $a\frac{\omega}{\omega_1}$ от последней.

81. Винтовая ось передвинется параллельно самой себе за плоскость чертежа на расстояние $\frac{\tau_1}{\omega}\sin\varphi$. Скорость вращения не изменится, скорость скольжения будет $\tau+\tau_1\cos\varphi$.

82. Добавляя соответствующие поступательные скоро-роти (см. предыд. задача) перенесем все винтовые дви-жения в точку A и сложим. Получится винтовое движе-ние вокруг оси AB со скоростью скольжения $2\sqrt{3}\,\tau$ и скоростью вращения: $2\sqrt{3}\cdot\omega$.

83. Определим результатирующую скорость сколь-жения τ_2 для τ, $u-\tau$ она равна $\frac{\sqrt{7}}{2}\tau$ и образует с τ угол $\sin\varphi=\frac{3\sqrt{21}}{14}$, точно также результа-тирующая скорость вращения ω_2 для ω и $-\omega_1$ будет $\sqrt{3}/3\;\omega$ и наклонена к ω под углом $\sin\psi=\frac{\sqrt{21}}{14}$

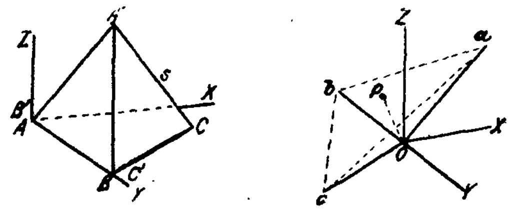
Сложим τ_2 и ω_2 в одно винтовое движение; угол между ними $\cos(\varphi-\psi)=1/2$ Находим, что результа-тирующее (второе ,составляющее) движение будет винтовым со скоростью скольжения $\sqrt{7}/4\;\tau$ и скоростью вра-щения $\sqrt{7}/3\cdot\omega$. Ось его лежит за плоскостью чер-тежа на расстоянии $3\sqrt{3}/4\cdot\tau/\omega$. Наклон α оси ре-зультатирующего движения к ω определяется по формуле $\sin\alpha=\sqrt{21}/14$.

84. Результатирующее движение будет винтовым со скоростью скольжения $\frac{\tau_1}{2}\cdot\frac{4+5\cos\alpha}{\sqrt{5+4\cos\alpha}}$ и со скоро-

стью вращения $\omega_1\sqrt{5+4\cos\alpha}$ Ось винтового движения лежит за плоскостью чертежа на расстоянии

$$\frac{\tau_1}{2\omega_1}\cdot\frac{3\sin\alpha}{5+4\cos\alpha}.$$

85. Выберем систему координат x, y, z как показано на чертеже:



От точки O отложим отрезки Oa, Ob, Oc соответственно равные и параллельные AA', BB', CC'. Координаты точек a, b, c будут.

$$x_1 = \tfrac{1}{6}s\sqrt{3} \qquad y_1 = \tfrac{3}{2} \qquad z_1 = \frac{s\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$x_2 = 0 \qquad y_2 = -s \qquad z_2 = 0$$

$$x_3 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \qquad y_3 = \tfrac{3}{2} \qquad z_3 = 0$$

Ур-ние плоскости abc: $x\sqrt{3}+y-z\sqrt{6}+s=0$. Перпедикуляр опущенный из точки O на эту плоскость и дает нам искомое поступательное перемещение $\tau = 3/\sqrt{10}$. Координаты точки P оудут $x=-\frac{3\sqrt{3}}{10}$, $y=-\frac{s}{10}$, $z=\frac{s\sqrt{6}}{10}$. Проводим через середину AA' плоскость перпендикулярную линии aP ея ур-ние $8\sqrt{3}x+18y+7\sqrt{6}z-\frac{27}{2}s=0$

Проводим через середину BB' плоскость перпендикулярную в P; ея ур-ние $\sqrt{3}x-9y-\sqrt{6}\cdot z+\frac{9}{2}s=0$.

Обе эти плоскости пересекаются по искомой винтовой оси: Ур-ния последней $x\sqrt{2}+z=\frac{3\sqrt{6}}{20}s$; $-x+y\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{5}s$.

Проводим через эту ось две плоскости, которые проходили бы через B и B'; ур-ния их:

$$3\sqrt{6}\cdot x+3\sqrt{2}y+4\sqrt{3}z-3\sqrt{2}\cdot s=0\ ;\ 11\sqrt{6}x-9\sqrt{2}y+8\sqrt{3}z=0$$

Угол φ между этими плоскостями и будет искомым углом вращения: $\cos\varphi=\frac{2}{3}$.

86. Траэктория-гипербола: $xy=ab$. Скорость определяется ур-ниями: $v_x=-ake^{-kt}$, $v_y=bke^{kt}$; $v=k\sqrt{x^2+y^2}$. ускорение $w_x=ak^2e^{-kt}$, $w_y=bk^2e^{kt}$, $w=k^2\sqrt{x^2+y^2}$.

87. Траэктория-гипербола: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ (возводим в квадрат и вычитаем). Скорость: $v_x=\frac{ak}{2}(e^{kt}-e^{-kt})$

$v_y=\frac{bk}{2}\left(e^{kt}+e^{-kt}\right)$; ускорение: $w_x=\frac{ak^2}{2}\left(e^{kt}+e^{-kt}\right)$,

$$w_y=\frac{bk^2}{2}\left(e^{kt}-e^{-kt}\right)\ ;\quad w=k^2\sqrt{x^2+y^2}.$$

88. Траэктория-окружность: $x^2+y^2=a^2$ скорость: $v=a$ ускорение: $w=a$

89. Траэктория-гипербола: $xy=ab$. Скорость $v=\sqrt{b^2+a^2/t^4}$. Ускорение: $w=2a/t^3$ (по оси y-ов).

90. Скорость точки M выражается: $v^2=\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$. Дифференцируя ур-ние цепной линии, получаем: $\frac{dy}{dt}=\frac{1}{2}\left(e^{x/a}-e^{-x/a}\right)\frac{dx}{dt}$. Из этих ур-ний: $\frac{dx}{dt}=\frac{c}{\sqrt{1+\frac{1}{4}\left(e^{x/a}-e^{-x/a}\right)^2}}=\frac{2c}{e^{x/a}+e^{-x/a}}$; $\frac{dy}{dt}=\frac{e^{x/a}-e^{-x/a}}{e^{x/a}+e^{-x/a}}\cdot c$

Дифференцируя еще раз по t $\frac{dy}{dt}$ находим: $\frac{d^2y}{dx^2}=c\frac{\frac{1}{a}\left(e^{x/a}+e^{-x/a}\right)^2-\frac{1}{a}\left(e^{x/a}-e^{-x/a}\right)^2}{\left(e^{x/a}+e^{-x/a}\right)^2}\frac{dx}{dt}$. Заменяя $\frac{dx}{dt}$ его значением и приняв во внимание ур-ние цепной линии, находим:

$$\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{a^2c^2}{y^3}.$$

91. Ур-ния движения: $x=a\sin\omega t$, $y=a\cos\omega t$, $z=bt$. Траэктория винтовая линия. Скорость $v=\sqrt{a^2\omega^2+b^2}$. Ускорение $w=-a\omega^2$ направлено по подвижному радиусу вектору.

92. Ур-ние движения: $x=-k\operatorname{ctg}2\omega t$. Скорость

$$v=\frac{2k\omega}{\sin^2 2\omega t}$$

93. Пишем условие, что длина нити постоянна и дифференцируем: $\frac{dx}{dt}=\frac{a^2}{\sqrt{h^2+a^2t^2}}$

94. Ур-ние движения: $x=r\cos\omega t+l\cos\alpha=r\cos\omega t+\sqrt{l^2-r^2\sin^2\omega t}$.

Скорость:

$$v=-r\omega\sin\omega t-\frac{r^2\omega^2\cos\omega t}{\sqrt{l^2-r^2\sin^2\omega t}};$$

Ускорение

$$w=-r\omega^2\cos\omega t-\frac{r^2\omega^2}{(l^2-r^2\sin^2\omega t)^{3/2}}\cdot\left(r^2\cos^2\omega t-l^2\sin\omega t+r^2\sin^3\omega t\right)-t$$

95. Путь проходимый ползушкой можно выражать так: $s=a\operatorname{tg}\varphi\omega t$; $\frac{ds}{dt}=\frac{a\omega}{\cos^2\omega t}$; $\frac{d^2s}{dt^2}=\frac{2a\omega^2\operatorname{tg}\omega t}{\cos^2\omega t}$. Момент расцепления ползушки со стержнем определяется ур-нием $\cos\omega t_0=a/l$. Отсюда искомая скорость $v=\omega l^2/a$

96. Через t секунд длины обеих свеч будут свечи $A=h(1-t/t_1)$ свечи $B=h(1-t/t_2)$. Если $Ac=x$, то $\frac{x}{x-a}=\frac{1-t/t_1}{1-t/t_2}$. Откуда $x=\frac{at_2(t-t_1)}{t(t_2-t_1)}$

Скорость $v=\frac{at_1t_2}{t^2(t_2-t_1)}$

97. Определяем $\cos\gamma=\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2}=2/3$. Ур-ния движения $x=1+\frac{8}{3}t$; $y=2+\frac{16}{3}t$, $z=4+\frac{16}{3}t$. Траэктория движения - прямая $\frac{x-1}{1/3}=\frac{y-2}{2/3}=\frac{z-4}{2/3}$. Годограф скорости: точка $\left(\frac{8}{3},\frac{16}{3},\frac{16}{3}\right)$.

Годограф скорости называется кривая, которую мы получаем, из начала координат откладывая векторы равные и параллельные скоростям движущейся точки и соединяя концы их между собой. Ур-ние ее получается исключая время t из ур-ний: $x'=dx/dt$, $y'=dy/dt$, $z'=dz/dt$ (аналогично выводу ур-ния траектории).

98. Годограф-вертикальная прямая, отстоящая от начала координат на расстоянии $250\sqrt{3}$ метр. Скорость точки вычерчивающей годограф равна 98 м./сек. (вниз)(Численно равна полному ускорению движения).

99. Годограф скорости - эллипс с полуосями $a\omega$ и $b\omega$ скорость v точки чертящей годограф

$$v_1=\omega^2\sqrt{a^2\cos^2\omega t+b^2\sin^2\omega t}.$$

100. Ур-ние траектории: $x^2/900+y^2/100=1$. Ур-ние годографа: $\frac{x'^2}{900\cdot\omega^2}+\frac{y'^2}{100\cdot\omega^2}=1$.

101. Скорость растет пропорционально времени, углы поворота - пропорционально квадрату времени. Угловое ускорение $=\frac{1}{2}\cdot 1/сек^2$. Скорость точки $v=10t$; угол поворота колеса $\varphi=t^2/4$. Отсюда ур-ние годографа в полярных координатах $r=20\sqrt{\varphi}$.

102. Мгновенный центр вращения - точка соприкасания колеса с рельсом. Угловая скорость $\Omega=40\ 1/сек$. Скорость точки M равна Ω помноженной на расстояние от M до мгновенного центра $=\Omega R\cos\alpha/2$, где α - угол MOA. Отсюда $v=40\cos\alpha/2$, где $\alpha/2$ - угол скорости точки M с горизонталью. Ур-ние годографа в полярных координатах $s=40\cos\varphi$. В прямоугольных координатах $x=40\cos^2\varphi$, $y=20\sin 2\varphi$, где $\varphi=\frac{\Omega t}{2}=20t$. Дифференцируя x по t; $\frac{dx}{dt}=\frac{dx}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt}$ и определяя скорость, находим $v=800\ м/сек$.

103. Величина скорости $v=-\pi\sin 10t$ угол ее с горизонтом $\theta=\frac{\pi}{100}\cdot\cos 10t$. Отсюда ур-ние годографа,

$$10\,000\cdot\theta^2+\varphi^2=\pi^2.$$

104. Ускорение равно $v^2/R=\frac{(2\pi nR)^2}{R}=4\pi^2n^2R$. (углов. скорость в 1/мин.).

105. Касательное ускорение $=1/9\ м/сек^2$, нормальное $=2/9\ м/сек^2$, полное $=\frac{1}{9}\sqrt{5}\ м/сек^2$

106. Тангенц ускорение. $w_t=27t\ м/сек^2$ Нормальное ускорение $w_n=(13,5)^2\cdot t^4/4$. Если $v=6$ то $t=\sqrt{6/13,5}$. В этот момент тангенц уск. $=27\sqrt{6/13,5}$ нормальное $=36/4$. Полное ускорение получится по формуле $w=\sqrt{18^2+18^2/2^2}=9\sqrt{5}$

Угол между полн.уск.и скоростью определяется из условия: $tg\,\theta = w_n/w_t = 1/2$.

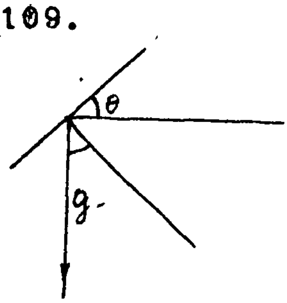
107. Скорость в точке A равна v_0 и направлена вправо. Т.к. ускорение все время направлено вниз, то проэкция скорости на ось х-сов постоянно равна Отсюда скорость $v = v_0/\cos\varphi$. Разлагая ускорение на тангенциальное и нормальное имеем: $j = j_n/\cos\varphi$

j_n в свою очередь равно $v^2/R = v_0^2/r\cos^2\varphi$;

след. $j = j_n/\cos^3\varphi \cdot r$

108. Радиус кривизны R определяется из ур-ния v^2/R В данном случае $R = 19{,}132$ км.

109. Полное ускорение равно g и направлено по вертикали вниз. Угол касательный с горизонтом определяется формулой: $tg\,\theta = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{\beta - gt}{\alpha}$.



Нормальное ускорение $j_n = g\cos\theta = \frac{g\alpha}{\sqrt{\alpha^2+(\beta-gt)^2}}$

Тангенциальное ускорение

$j_t = -g\sin\theta = -(\beta - gt)g/\sqrt{\alpha^2+(\beta-gt)^2}$

110. Продифференцируем ур-ние эллипса два раза по t, полагая $dx/dt = v_0$; $d^2x/dt^2 = 0$; получим

$$dy/dt = -v_0\frac{b^2x}{a^2y} \quad \text{и} \quad j = d^2y/dt^2 = -\frac{v_0^2b^4}{a^2y^3}$$

111. Дифференцируя по два раза ур-ния найдем скорости и ускорения в концах диаметров. По оси x: $t=0$; $v=b$; $j=$ $v^2/R = j$ откуда $R = b^2/a$. По оси у-ков $R = a^2/b$

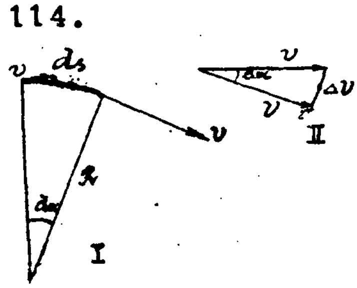
112. Воспользуемся выражением радиуса кривизны в прямоугольных координатах

$$\frac{1}{R} = x'y''-y'x''/(x'^2+y'^2)^{3/2};\ j_n = v^2/R = x'y''-y'x''/(x'^2+y'^2)^{1/2} = \frac{16k}{\sqrt{4+t^6}}$$

113. Ускорение по радиусу равно $\omega^2r = 4^2\cdot 2 = 32$.

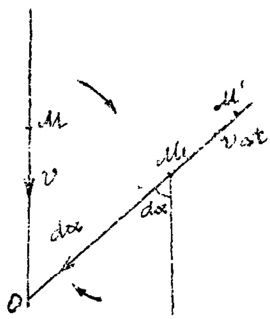
Квадрат скорости 8^2+2^2 Отсюда $R = 68/32 = 2\frac{1}{8}$ метр.

114. Чтобы определить пол ое ускорение движения точки необходимо найти геометрическое пропорционально скорости и разделить на dt. Из чертежа II имеем $dv/dt = v\,d\alpha/dt$ но из чертежа I $d\alpha = ds/R$, след.



$dv/dt = \frac{v \cdot ds}{R\,dt} = \frac{v^2}{R}$, т.к. $ds/dt = v$ направление определяется из того, что при α стремящимися к нулю угол между Δv и v приближается к 90°; след. ускорение будет перпендикулярным к направлению скорости.

115.



через промежуток времени dt прямая повернется на угол $d\alpha = \omega\,dt$, а точка M передвинется по ней на отрезок $M'M_1 = v\,dt$. В положении M точка имеет две скорости: поступательную v и вращательную ωR. Через dt вращательная наклонится на угол $d\alpha$ и кроме того увеличится до $\omega(R + v\,dt)$.

Вычислим приращения каждой скорости:

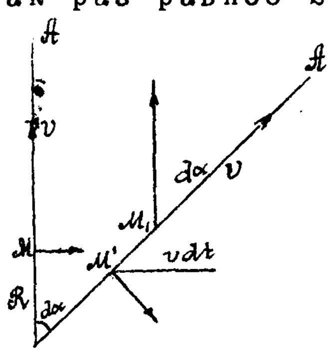
Геом. Приращение поступательной скорости $= v\,d\alpha$ Ускорение $= v\frac{d\alpha}{dt} = v\omega \ldots (1)$ (перпендикулярно к v по вращению).

Геом. приращение вращательной скорости:

1. Наклон на угол $d\alpha$: $\omega R\,d\alpha$ Ускор. $\omega R\,d\alpha/dt = \omega^2 R$ нормальное ускорение во вращательном движении (2)

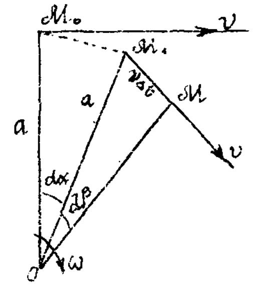
2. Тангенциальное ускорение от увеличения радиуса вектора: $\Delta v = (R\omega + \omega v\Delta t) - R\omega = \omega v \Delta t$. Ускорение $\Delta v/\Delta t = \omega v \ldots (3)$. (3) - (перпендикулярно относительной скорости, в сторону вращения).

Ускорения (1) и (3) в сумме и дают ускорение Кориолиса как раз равное $2\omega v$



Если бы скорость v была бы направлена к центру, то как нетрудно видеть ускорения (1) и (3) будут направлены уже против вращения (влево). Оба эти случая могут быть обединены общими правилами: ПОВОРОТНОЕ УСКОРЕНИЕ РАВНО СКОРОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ УМНОЖЕННОЙ НА УДВОЕННУЮ УГЛОВУЮ СКОРОСТЬ ВРАЩЕНИЯ (по или против часовой стрелки) - в данном случае конечно по часовой стрелке.

116.



В положении M_0 наша точка имеет две скорости: v и окружную ωa. В положении M обе эти скорости, не изменяясь по величине, протернят однако же изменения по направлению. Скорость v наклонится на угол $d\alpha$. Соответственное ускорение будет (см. выше) $v\frac{d\alpha}{dt}=v\omega$ (перпендикулярно относительной скорости по вращению). В виду малости проступка dt мы можем считать, что точки $M_0 M' M$ лежат на одной окружности. В таком случае окружная скорость ωa наклоняется сначала на угол $d\alpha$ а потом еще на угол $d\beta$. Ускорение в первом случае будет $\omega a\, {d\alpha}/{dt}=\omega^2 a$ обычное нормальное во вращательном движении; во втором же- $\omega a\, {d\beta}/{dt}=\omega a\frac{v dt}{a dt}=\omega v$ перпендикулярно скорости v по вращению. Таким образом в этом случае получаем добавочное ускорение Корислиса $2v\omega$. Разобравши все возможные комбинации, нетрудно видеть, что данное выше правило и в этом случае вполне приложимо.

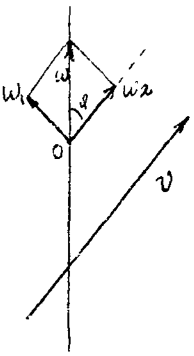
Комбинируя оба разобранных случая мы убеждаемся в верности теоремы Кориолиоа вообще в случае плоского движения (разлагая скорость по направлению радиуса вектора и перпендикулярно к нему и добавляя в случае надооности тангенциальные и нормальные ускорения обоих составляющих движений).

117. Ускорение $w=a\left(\omega-\frac{u}{a}\right)^2$ и направлено к центру диска (три ускорения: два нормальных и одно Кориолисово; в абсолютном же движении простов вращение).

118. Скорость $v=u+h\omega$ ускорение $w=h\omega^2+2u\omega$ (одно нормальное и одно Кориолисово).

119. Кориолисово ускорение равно 24 м./сек. (влево).

120. Разлагем угловую скорость ω параллельно и перпендикулярно относительной скорости v. Параллельная, составляющая, как не меняющая ни наклонов скоростя, ни относительных расстояний, никакого добавочно-



го ускорения не дает. Перпендикулярная же составляющая, равная $\omega\sin\varphi$ дает Кориолисово ускорение, как разобрано выше. Таким образом в самом общем случае ускорение Кориолиса оказывается равным $2v\omega\sin\varphi$. Предыдущее правило определения направления остается очевидно в силе.

121. Относительное ускорение $\bar{g}=r\omega^2$ (по $O'M$) переносное $\bar{l}=\rho\Omega^2=2r\Omega^2\cos\frac{\omega t}{2}$ (по OM), поворотное $k=2r\omega\Omega$ (по $O'M$). Полное ускорение

$$j=\sqrt{(g+k)^2+l^2+2(g+k)l\cos\frac{\omega t}{2}}=r\sqrt{(\omega^2+2\omega\Omega)^2+4\Omega^2(\omega+\Omega)^2\cos\frac{\omega t}{2}}$$

122. Проэкции скорости $v_r=\sqrt{2}$ м/сек., $v_t=2\pi+\sqrt{2}$

Проэкции ускорения $w_r=-8\pi(\pi+\sqrt{2})$ м/сек². $w_t=8\pi\sqrt{2}$

123. Необходимо добавить нормальное ускорение в криволинейном движении: $v_r=u\sin\varphi$; $w_t=u\cos\varphi+r\omega$

Проэкции ускорения:

$w_r=-\left[r\omega^2+\left(2u\omega-\frac{u^2}{\rho}\right)\cos\varphi\right]$; $w_t=\left(2u\omega-\frac{u^2}{\rho}\right)\sin\varphi$.

124. Кориолисово ускорение $k=2u\omega=0,3$ см/сек². и направлено влево от движения паровоза.

125. Поворотное ускорение равно $2u\omega\sin 45^\circ=0,57$ см/сек². и направлено к западу.

126. Поворотное ускорение $k=0,00175$ см/сек² (к западу). Угол наклона поверхности реки равен k/g. Вода выше у восточного(правого)берега на 1,78 см.

127. Ускорение лежит в плоскости перпендикулярной оси вращения и представляет гипотенузу тр-ка, катет которого $w_r=\omega^2(a+ut)\sin\alpha$ (по радиусу) и $k=2u\omega\sin\alpha$ (по касательной, по направлению вращения).

128. Задача сводится к нахождению абсолютной скорости и ускорения точки движущейся по прямой, вращающейся с угловой скоростью 3, причем закон движения по прямой дан ур-нием: $r=2(1+\cos 3t)$. Скорость: $v^2=\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$ Проэкция ускорения на радиус вектор $w_r=\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$ (второй член - нормальное ускорение), на перпендикуляр к нему $r\frac{d^2\varphi}{dt^2}+2\frac{dr}{dt}\cdot\frac{d\varphi}{dt}$ (Тангенциальный плюс - Кориолисово ускорение - в сторону вращения). Проделав

все действие, находим $v=b\sqrt{2}\sqrt{1+\cos\varphi}$; $w_r=-6(1+4\cos 3t)$, $w_t=-36\sin 3t$ (против вращения).

129. Скорость $v^2=k^2\left[\frac{a^2\sin^2 2\varphi}{\cos 2\varphi}+a^2\cos 2\varphi\right]=k^2\frac{a^2}{\cos 2\varphi}$.

Проэкции ускорения:

$w_r=\frac{ak^2}{(\cos 2kt)^{3/2}}$, $w_t=-2ak^2\frac{\sin 2kt}{\sqrt{\cos 2kt}}$

130. Проэкции ускорения: $w_r=-ak^2t$, $w_t=2ak$

131. Проэкции ускорения: $w_r=-ak^2/t^3$, $w_t=-2a\,k/t^2$.

132. Проэкции ускорения: $w_r=k(k^2-n^2)e^{kt}$, $w_t=2k^2ne^{kt}$

133. Шатун движется поступательно, ускорение всех его точек $j=\omega^2 B$.

134. По формуле $tg\,v=\sqrt{\frac{d\omega/dt}{\omega^2}}$ имеем $1=\sqrt{\frac{a}{a^2t^2}}$ откуда $t=\sqrt{1/a}$

135. Мгновенный центр - точка C, точки A и B движутся все время прямолинейно и след. лежат на поворотном круге. Поворотный круг есть круг описанный около прямоугольника $OABC$.

136. Поворотный круг проходит через точки A, B, N, C мгновенный центр, а также и через точку O (вследствии равенства углов O и C);

137. Мгновенный центр в точке C, общая нормаль полоид прямая OC. Точки B и B' (симметричная ей относит. OC) лежат на поверхностном круге. Поворотный круг совпадает с подвижной полоидой $OBB'C$.

138. Диаметр поворотного круга равен $v/\omega=\frac{R\omega}{\omega}=R=0{,}2$ мт. метра. Центр ускорения лежит вправо от оси OY.

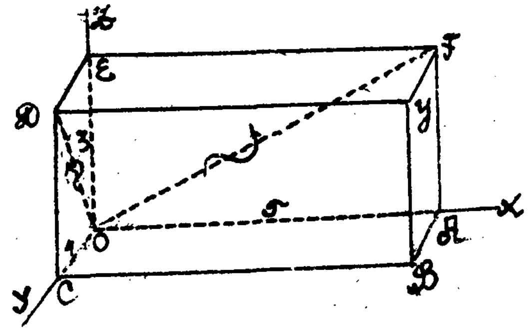
$$tg\,AOM=\frac{d\omega/dt}{\omega^2}=1/200$$

139. Диаметр поворотного круга определяется по формуле $d=RR_1/R+R_1$ он оудет меньше меньшего из радиусов.

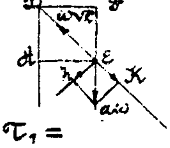
140. Находим точку C пересечения направлений обоих ускорений. Искомый центр ускорений необходимо должен лежать на этой окружности (для каждой ее точки O углы AOC и OB равны, как опирающееся на одну и ту же дугу OC. Если O центр ускорений, то расстояния AO и OB должны относится как соответствующие ускорения. Делим AB внутренним и внешним образом на части, пропорциональные данным ускорениям точки F и F' (не показана на чертеже) и на полученном отрезке, как на диаметре строим окружность. Одна из точек пересечения этих окружностей (та, для которой углы OAC и OBC равны) и будет искомым центром. (Ср. в геометрии построение геометрического места точек делящих данный отрезок прямой в данном отношении).

Исправления и опечатки.

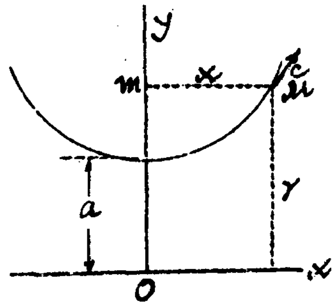
страница	строка	напечатано	должно быть
1	15 снизу	элаиентирных	элементарных
"	2 "	разгриничении	разграничении
3	3 сверху	2	№ 1 2
"	1 снизу	пропаллерной	зрительной
4	Чертеж с левой стороны в зад. № 11 нужно отнести к ея решению.		
5	5 сверху	3	S
"	18 "	со скоростью	со скоростью v
"	11 снизу	выражающейся	выражающееся
6	6 сверху	выражающуюся	выражающиеся
"	9	для	для записи
"	15 снизу	скалзения	скольжения
"	2 "	2	2^ое
7	К задаче № 26 нужно сделать такой же чертеж, какой сделан на стр. 24 к зад. 100.		
8	2 свер.	со	со
10	9 сниз.	постепенной	постоянной
"	7 "	которой	которого
"	2 "	мил.	ст.
11	9 "	величину	величину x
"	4 и 3 "	стержнями v и v_1	скоростями $v=1\frac{m}{s}$ и $v_1=2\frac{m}{s}$.
12	1 сверху	AC и BC	AC и BC; AC=2 м, BC=1 м
13	9 снизу	Вычертать	Вычертить
14	Примечание к зад. 55 и 56. Антипараллелограммом называется четырехугольник, противоположные стороны которого равны, но непараллельны (одна пара перекрещивается).		
16	1 сверху	эвольвенты	эвольвенте
17	5 "	эпоциклоидой	эпициклоидой
"	17 "	слова „как показано на рисунке" выбросить	
"	5 снизу	равно	ровно
18	13 сверху	заменим	замен. стр.
"	18 снизу	результатирующая	результирующая.
"	15 "	слово „прямой" выбросить	
19	к зад. 71 вставить чертеж.		



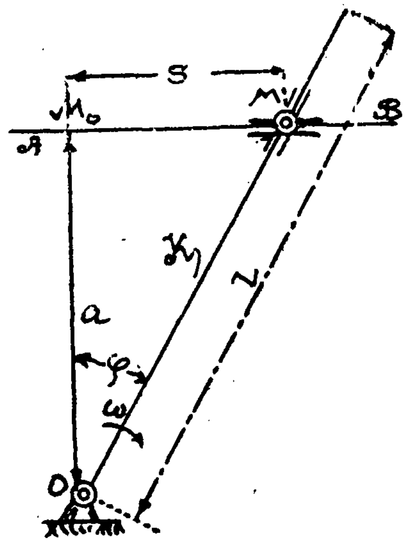
стран.	строка	напечатано	должно быть.
19	19 сверху	вычитать	вычислить
20 и др.	вместо	результатирующее	результирующее
20	к зад. 77 вставить чертеж, который сделан в решении к этой задаче на стр. 43 вверху, а нижний чертеж к этой задаче сделанный тоже на стр 43 заменить следующим:		



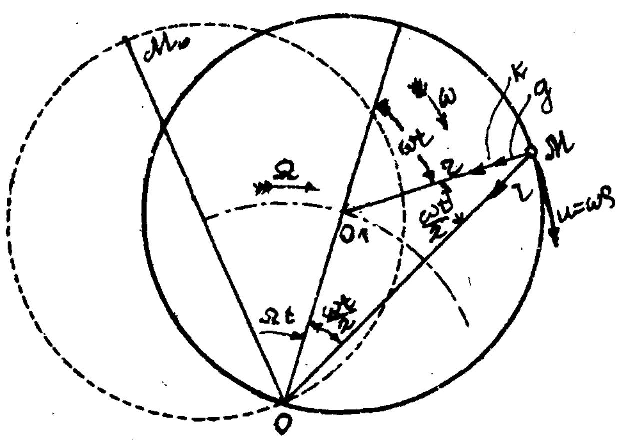
21	4 снизу	$\tau =$	$\tau_1 =$
22	к зад. 90 вставить чертеж		



23	к зад 95 вставить чертеж		

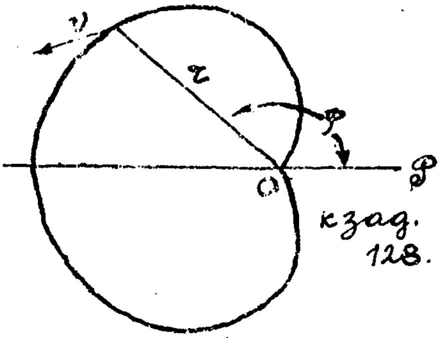


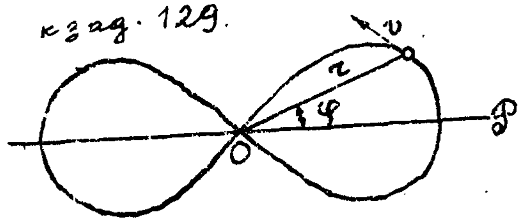
26	19 снизу	навишей	наивысшей
"	13 "	постоненка	постоянна
"	3 "	φ	ρ
28	к зад. 121 сделать чертеж		



29	7 снизу	осью	осью OA
30	3 "	геаметрическое	геометрическое
"	10 "	вкектор	вектор

стран	строка	Напечатано	Должно быть
30	сделать следующие чертежи к задачам 128 и 129		



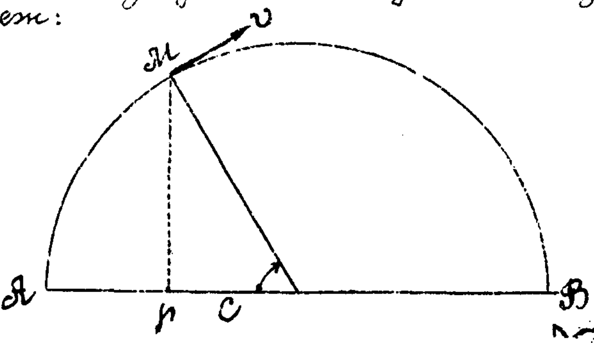


31	1 сверху	расстояние	расположен
"	14 снизу	вращается	вращения
33	14 "	чертежа	чертежа. (см. стр. 4).
"	12 "	равна	равна v
34	15 сверху	$\sqrt{\frac{2x}{9,8}+\frac{x}{330}}$	$\sqrt{\frac{2x}{9,8}}+\frac{x}{330}$
35	17 "	потому	положительн.
"	6 снизу	-ние	ур-ние
36	5 "	θ^2	k^2
37	4 сверху	$\omega = 20t\,\frac{1}{сек}$	$\omega = \frac{2\pi n}{t}$
"	5 "	скорость	скорость $\omega = 20t\,\frac{1}{сек}$.
"	6 снизу	выставим	восставим
38	9 свер.	симметричен	симметричн
"	12 "	$+2\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2}\cos 75^\circ$	$+2\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2}\cos 75^\circ + 2$
39	3 снизу	Добавить к этой стр. следующее: подвижная тоже парабола с фокусом A и директрисой MB.	

К решениям задач 51, 61, 62, 63, 64 — чертежей не надо

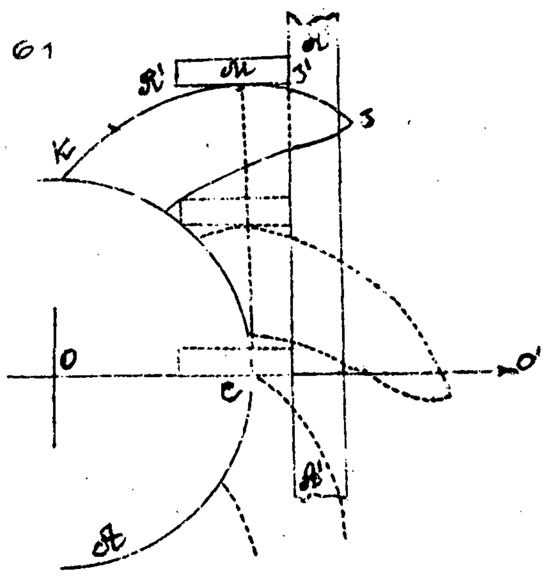
41	16 сверху	деле	доли
42	10 "	вычеркнуть " $r=7$ "	
"	11 "	$\sqrt{1-(6/7)^2(2/7)^2}=3$	$r=7\sqrt{1-(6/7)^2-(2/7)^2}=3$
"	7 снизу	$R/2$; $\omega_3/\omega_2=-R/2$	R/r; $\omega_3/\omega_2=-R/r$
"	" "	$\frac{(\omega_1+\omega_2)R}{2r}$	$\frac{(\omega_1-\omega_2)R}{2r}$
"	1 "	$\frac{(\omega_1-\omega_2)R}{2}$	$\frac{(\omega_1+\omega_2)R}{r}$
43	1 сверху	основанные	основания
"	4 "	скорость	скорости
"	5 "	$\omega = 5/3$	$\omega = \pi/3$
"	10 "	$v/3 = 1$	$v/3 = -1$
"	17 "	радиус	ребро
"	12 снизу	$a\omega/2$	$\frac{a\omega}{2}\sqrt{2}$
"	11 "	EK	EL
"	7 "	$-\frac{a\omega}{2}$	$-\frac{a\omega}{2}\sqrt{2}$
44	14 свер.	ω	ω_1
45	14 "	$= 3/\sqrt{10}$	$= 3/\sqrt{10}$
"	15 "	$-3\sqrt{5}/10$	$-3\sqrt{5}/10$

Стран	строка	Напечатано	Должно быть
46	8 сверху	d^2y/dx^2	d^2y/dt^2
"	17 снизу	$+ r^2 \sin^3 \omega t) - t$	$+ r^2 \sin^3 \omega t)$.
47	5 сверху	48	9,8
"	8 "	v	v_1
"	12 "	угла	угол
"	14 "	сил	угол
"	9 снизу	$+ \varphi^2$	$+ \rho^2$
"	2 "	$27\sqrt{6/13,5}$	$27\sqrt{6/13,5} = 18$
48	14 свер.	v^2/a	$j_n = v^2/R$
"	17 "	касательный	касательной
"	7 снизу	$8^2 + 2^2$	$8^2 + 2^2 = 68$
"	4 "	пропорциональны	приращение
49	12 свер.	После dt вставить следующее: поступат. скорость наклонена на угол $d\alpha$, а	
"	2 сниз.	после слова „вращения" вставить следующее: „и повернутой на угол 90° в сторону вращения.	
"		Чертежи на этой странице должны быть переставлены один на место другого	
51	15 снизу	0,000175	0,00175
"	11 "	катет	катеты
"	2 "	тангенциальный	тангенциальное
52	1 сверху	действие	действия
"	11 снизу	AOC и OB	OAC и OBC
"	4 "	этих	наших
43		К решению задачи 107 сделать следующий чертеж:	



к странице 15 в задачу 61

вставить следующий чертеж:



СКЛАД ИЗДАНИИ

МОСКВА, тверская д. 37 книжный магазин „МАКИЗ"

ПЕТРОГРАД, загородный пр д. 27 книжный магазин „ПУТЬ"